Université Abou Bakr Belkaid– Tlemcen, Faculté des Sciences
Département des Mathématiques
MI deuxième année, 2016 – 2017

ALGÈBRE III

Série de Travaux Dirigés Numéro 3

Systèmes Linéaires

20 Novembre 2016

Exercice 1. Résoudre les systèmes suivant

$$\left\{\begin{array}{rcl} -x+y+z &=& 1 \\ x-y+z &=& 2 \\ x+y-z &=& 3 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} 2x+y+z &=& 1 \\ x+2y-z &=& 2 \\ x+y &=& 1 \end{array}\right. , \quad \left\{\begin{array}{rcl} x+3y+2z &=& 6 \\ 2x-y+3z &=& 1 \\ 3x-5y+4z &=& -2 \\ x+17y+4z &=& 18 \end{array}\right.$$

Exercice 2. Résoudre le système suivant

$$\left\{\begin{array}{rcl} x+my+2z &=& m \\ -2x+y+(m-2)z &=& 1 \\ mx+y+2z &=& 2m-1 \end{array}\right.$$

Exercice 3. Résoudre le système suivant

$$\left\{\begin{array}{rcl} ax+by+z &=& 1 \\ x+aby+z &=& b \\ x+by+az &=& 1 \end{array}\right.$$

Exercice 4. Résoudre le système suivant

$$\left\{\begin{array}{rcl} ax-by+t &=& a \\ bx+ay+z &=& b \\ y+az-bt &=& a \\ x+bz+at &=& b \end{array}\right. ,$$

Exercice 5. Vérifier si le vecteur v appartient au sous espace vectoriel $\mathbb{F}$ dans les cas suivants

$$v = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{F} = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right]$$

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbb{F} = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right]$$

Exercice 6. Soit $\mathbb{F}$ le sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$ définit par

$$\mathbb{F} = \left\{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : \quad x + y + z + 2t = 0\right\}$$

et soit v un vecteur de $\mathbb{R}^4$ définit par

$$v = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Vérifier que v appartient à $\mathbb{F}$ et déterminer les composantes du vecteur v dans la base de sous espaces vectoriel $\mathbb{F}$.

Exercice 7. Soit $\mathbb{E} = \mathbb{R}_2[X]$ un $\mathbb{R}$ - espace vectoriel, et soit f l'endomorphisme de $\mathbb{E}$ définit par

$$\forall P \in \mathbb{E} : \quad f(P) = Q,$$

avec

$$\forall X \in \mathbb{R} : \quad Q(X) = P(X) + P^{(1)}(X) + \frac{3}{2}P^{(2)}(X) + P^{(1)}(0)[X^2 + 1] + P(0)X[2 - X].$$

Déterminer l'ensemble des polynômes

$$Q(X) = \alpha X^2 + \beta X + \gamma,$$

tel que il existe un polynôme $P(X) = aX^2 + bX + c$ satisfait

$$f(P) = Q.$$