Université Abou Bekr Belkaid **A.U 2016-2017**
Faculté des Sciences
Tronc Commun SM

TD N°1

Exercice 1: Déterminer si les phrases suivantes sont des propositions ou non.

1. $2 + 3 = 6$.
2. $x < 5$.
3. Dépêchez-vous!
4. Cette victoire du plus faible.
5. La hauteur du triangle T est médiane du triangle T.

Exercice 2: Indiquer si les propositions suivantes sont vraies ou fausses.

1. Soit les roses sont des animaux, soit les chiens ont 4 pattes.
2. Les roses ne sont ni des animaux, ni des fleurs.
3. Si l'homme est un quadrupède, alors il parle.
4. $(2 < 3)$ ou (2 divise 5).

Exercice 3: A l'aide de tables de vérité, montrer les équivalences suivantes (Tautologies).

1. $[P \Longrightarrow (Q \Longrightarrow R)] \iff \Big((P \wedge Q) \Longrightarrow R\Big)$.
2. $[(P \vee Q) \Longrightarrow R] \iff \Big((P \Longrightarrow R) \wedge (Q \Longrightarrow R)\Big)$.

Exercice 4: Soient a, b deux entiers naturels.

1. Donner un équivalent de $(a < b) \Longrightarrow (a = b)$.
2. Donner la négation de $(a \leq b) \Longrightarrow (a > b)$.

Exercice 5: Pour chaque proposition, écrire la négation et la contraposée.

1. $x > 3 \Longrightarrow x > 2$.
2. $x = 3 \Longrightarrow x^2 = 9$.

Exercice 6 On peut déduire de la loi des gaz parfaits le principe suivant:
"Si le volume du gaz est constant, alors la température du gaz est une fonction croissante de la pression."

1. Ecrire la contraposée et la négation du principe ci-dessus.

2. On étudie un gaz qui a la propriété suivante: "Quand son volume est constant et sa température augmente, sa pression diminue." Peut-on-dire si c´ est un gaz parfait ou non ?

Exercice 7: Montrer que:

1. Si l´ entier naturel n se termine par 5, alors il est divisible par 5.

2. $\forall n \in \mathbb{N}^* : \sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

3. n^2 impair $\Longrightarrow n$ impair, $\quad n \in \mathbb{Z}$.

4. Montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

5. (**supp**) $\forall n \in \mathbb{N} : 3^{2n} - 2^n$ est divisible par 7.

Exercice 8: Pour chaque énoncé, écrire la négation, puis dire si l'énoncé original est vrai ou faux (En justifiant)

1. $\forall x \in \mathbb{R}, \quad x > 1$.

2. $\exists x \in \mathbb{R} / \quad sinx = x$.

3. $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : \quad x + y > 0$.

4. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : \quad x + y > 0$.

5. $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : \quad y^2 > x$.

Exercice 9: Soit E un ensemble, F et G deux parties de E. Montrer que.

1. $C_E(C_E F) = F$.

2. $F \subset G \iff C_E G \subset C_E F$.

3. $C_E(F \cup G) = (C_E F) \cap (C_E G)$ et (**supp**)$C_E(F \cap G) = (C_E F) \cup (C_E G)$.