

TD N°0

Exercice 1: Montrer que $\sum_{k=0}^n C_n^k 3^k (1-x)^{3n-2k} x^k = (1-x^3)^n$, $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 2:

1. Calculer les sommes suivantes.

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}, \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)}, \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

2. Calculer le produit

$$\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k}\right), \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

Exercice 3: Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes.

1. $x^2 + x - 3 \geq 0$.

2. $-3x^2 + 4x - 2 > 0$.

3. $\frac{1-4x}{x^2+x+1} \leq 0$.

Exercice 4: Résoudre dans \mathbb{C} les équations suivantes.

1. $z^2 - \sqrt{3}z - i = 0$.

2. $z^2 - (1 + 2i)z + i - 1 = 0$.

Exercice 5: Montrer que pour $u, v \in \mathbb{C}$, on a:

$$|u+v|^2 + |u-v|^2 = 2(|u|^2 + |v|^2).$$

Donner une interprétation géométrique.