

TD N°0

**Exercice 1:** Montrer que  $\sum_{k=0}^n C_n^k 3^k (1-x)^{3n-2k} x^k = (1-x^3)^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

**Exercice 2:**

1. Calculer les sommes suivantes.

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}, \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)}, \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

2. Calculer le produit

$$\prod_{k=1}^n \left(1 + \frac{1}{k}\right), \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

**Exercice 3:** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes.

1.  $x^2 + x - 3 \geq 0$ .

2.  $-3x^2 + 4x - 2 > 0$ .

3.  $\frac{1-4x}{x^2+x+1} \leq 0$ .

**Exercice 4:** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes.

1.  $z^2 - \sqrt{3}z - i = 0$ .

2.  $z^2 - (1 + 2i)z + i - 1 = 0$ .

**Exercice 5:** Montrer que pour  $u, v \in \mathbb{C}$ , on a:

$$|u+v|^2 + |u-v|^2 = 2(|u|^2 + |v|^2).$$

Donner une interprétation géométrique.