

TD N°4

Exercice N°1

1] Montre que :

1. $C_n^k = \frac{n}{k} \cdot C_{n-1}^{k-1}$
2. $C_{n+m}^m = \sum_{k=0}^m C_n^k \cdot C_m^{m-k}$
3. $C_{2n}^n = \sum_{k=0}^n (C_n^k)^2$

Exercice N°2

De combien de façon peut-on assoir 4 hommes et 4 femmes sur un banc à 8 places :

1. Sans aucune restriction.
2. Les femmes d'un côté et les hommes de l'autre.
3. En intercalant un homme puis une femme.

Même questions dans le cas d'une table ronde.

Exercice N°3

- On dispose de 2 lettres A, 3 lettres B, 4 lettres C. Combien de « mots » de 9 lettres peut-on formé (sans tenir compte du sens) ?
- On dispose de 24 jouets indiscernables que nous devons répartir sur 3 groupes de 8 enfants. Déterminer le nombre de disposition possible.

Exercice N°4

Un jeu de 52 cartes (4couleurs : trèfle, carreau, pique, cœur. 13 valeurs : 2,...10, valet, dame, roi, as).Au poker une main et un ensemble de 5 cartes ; parmi ces mains qu'on a classées de la plus forte à la plus faible, suivant la règle du jeu, on trouve :

- *Une quinte floche* : 5 cartes consécutives d'une même couleur
- *Le carré* : 4 cartes d'une même valeur
- *La couleur* : 5 cartes non consécutives de même couleur
- *Le full* : 3 cartes de même valeur et 2 autres cartes de même valeur
- *La quinte* : 5 cartes de valeurs consécutives mains pas de même couleur
- *Le brelan* : 3 cartes de même valeur qui ne font partie ni d'un carré, ni d'un full.

1. Déterminer, pour chaque type de mains le nombre de possibilité, puis la probabilité d'avoir cette main.
2. En toute logique une main doit être d'autant plus forte qu'elle est plus rare. Cette logique est-elle respectée ?

Exercice N°5

On choisit au hasard un nombre entre 1 et 100
 Quelle est la probabilité pour que le nombre soit divisible par 2 ou 5 ou 11 ?

Exercice N°6

On suppose que la probabilité des événements aléatoires A et B sont les solutions de l'équation : $10x^2 - 9x + 2 = 0$

- a. déterminer P(A), P(B) avec P(A) < P(B)
- b. calculer P(A ∪ B) et P(A ∩ B) lorsque A et B sont incompatibles.
- c. calculer P(A ∪ B) et P(A ∩ B) lorsque A et B sont indépendants.

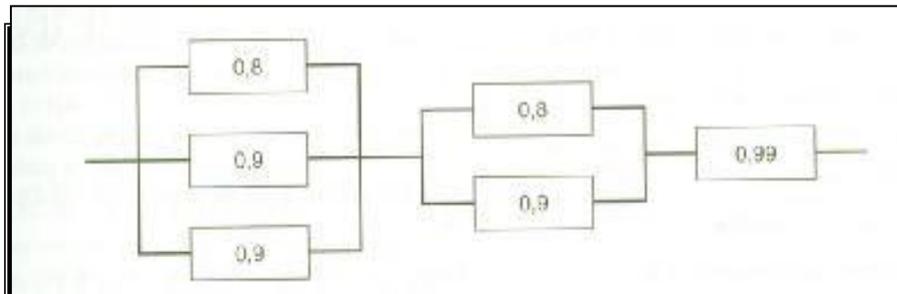
Exercice N°7

Soient A et B deux événements, montrer que :

$$A \text{ et } B \text{ indépendants} \Leftrightarrow \bar{A} \text{ et } \bar{B} \text{ indépendants}$$

Exercice N°8

Soit le système électronique représenté dans le diagramme suivant.



Le schéma indique la probabilité de bon fonctionnement de ses 6 composants. La fiabilité (probabilité de bon fonctionnement durant une période de temps fixe) de chacun des composants est notée sur le diagramme.

Chaque composant fonctionne (ou non) indépendamment des autres.

Le système fonctionne si : le sous-système III fonctionne, au moins un composant du sous-système II fonctionne et au moins un composant du sous-système I fonctionne.

Quelle est la probabilité que le système fonctionne ?

Exercice N°9

Dans une ville ravagée par un terrible tremblement de terre, certains promoteurs immobiliers n'ont pas respecté les normes de construction, soit en ayant omis de placer une dalle de fondation spéciale et très coûteuse, soit en ayant sous dimensionné cette dalle. Sur la base d'un modèle théorique, on a estimé que pour le tremblement de terre ayant lieu, les risques d'effondrement d'un immeuble sont 85% si la dalle n'est pas présente, de 25% si elle est sous dimensionnée et de 1% si elle est correctement dimensionnée. Des contrôles antérieurs à l'accident ont montré que pour 5% des constructions, il y avait une fraude ; la dalle était sous dimensionnée dans 80% des cas et absente dans 20% des cas.

1) Si un immeuble, pris au hasard, est effondré, quelle est la probabilité :

- i) qu'il ne soit pas muni d'une dalle
- ii) que la dalle soit sous dimensionnée
- iii) que la dalle soit correctement dimensionnée

A « l'immeuble s'est effondré »

B_1 « Il n'y a pas de dalle »

B_2 « La dalle est sous dimensionnée »

B_3 « La dalle est correctement dimensionnée »

Exercice N°10

Une Urne contient 9 boules blanches, 6 boules rouges, 1 boule jaunes.
On tire au hasard et l'une après l'autre 3 boules sachant que le 1^{er} tirage se fait sans remise mais le 2^{ème} tirage se fait avec remise.

Calculer la probabilité que :

1. Toutes les boules soient de la même couleur.
2. La 2^{ème} boule soit rouge.
3. La 1^{er} boule soit rouge sachant que la 2^{ème} soit rouge aussi.

Utiliser les événements $B_i, R_i, J_i, i = 1,2,3$ (nombre de tirage)

« Il n'est pire aveugle que celui qui ne veut pas voir »