

Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Année Universitaire 2016/2017
Liste 10 de TD d'Algèbre MI
Chapitre 4: Polynômes

- Exercice 1** Résoudre les équations suivantes:
 $Q^2 = xP^2$ d'inconnues $P, Q \in K[x]$,
 $P \circ P = P$ d'inconnue $P \in K[x]$.
- Exercice 2** Trouver les $P \in \mathbb{R}[x]$ tels que $P(x^2) = (x^2 + 1)P(x)$
- Exercice 3** Déterminer dans $K[x]$ ($K = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C}) tous les polynômes P divisibles par leur polynôme dérivé.
- Exercice 4** Soit $(a, b) \in K^2$ tels que $a \neq b$ et $P \in K[x]$.
Exprimer le reste de la division euclidienne de P par $(x - a)(x - b)$ en fonction de $P(a)$ et $P(b)$.
- Exercice 5** Soit $a \in K$ et $P \in K[x]$.
Exprimer le reste de la division euclidienne de P par $(x - a)^2$ en fonction de $P(a)$ et $P'(a)$.
- Exercice 6** Montrer que pour tout $a, b \in \mathbb{N}$ b divise a ssi
 $x^b - 1$ divise $x^a - 1$.
- Exercice 7** Soit $A, B \in K[x]$ non constants et premier entre eux.
Montrer qu'il existe un unique couple $(U, V) \in K[x]^2$ tel que
 $AU + BV = 1$ et $\begin{cases} \deg U < \deg B \\ \deg V < \deg A \end{cases}$
- Exercice 8** Résoudre $x^3 - 8x^2 + 23x - 28 = 0$ sachant que la somme de deux des racines est égale à la troisième.
- Exercice 9** On considère l'équation:
 $x^3 - (2 + \sqrt{2})x^2 + 2(\sqrt{2} + 1)x - 2\sqrt{2} = 0$
de racines x_1, x_2 et x_3
a) Former une équation dont x_1^2, x_2^2 et x_3^2 seraient racines.
b) En déduire les valeurs de x_1, x_2 et x_3 .