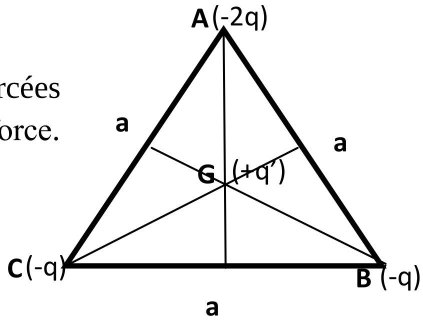
Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Math
1ière Année LMD-MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2016/2017
Dimanche 11/06/2017

ÉPREUVE DE RATTRAPAGE D'ÉLECTRICITÉ

Exercice 1: (6pts)

On considère trois charges électriques négatives ($q_C=q_B=-q$ et $q_A=-2q$) situées au sommet d'**un triangle équilatérale**, et une quatrième charge positive (+q') placée au centre de gravité G du triangle.



1- Calculer la résultante des forces électrostatique exercées sur la charge (+q') située en G et représenter cette force.
2- En déduire le champ électrostatique au point G.
3- Calculer le potentiel au point G.

Rappelons que $AG=BG=CG=\frac{a}{\sqrt{3}}$.

Figure 1

Exercice 2: (7pts)

On considère deux cylindres coaxiaux infiniment longs,

de rayon R_1et R_2 tel que $R_1<R_2$ (**Figure 1**). Le premier de rayon R_1,

chargé avec une densité surfacique $+\sigma$; et le deuxième

de rayon R_2, chargé avec une densité surfacique $-\sigma$.

1) Calculer le champ électrostatique en tout point de l'espace.
2) En déduire le potentiel électrostatique.

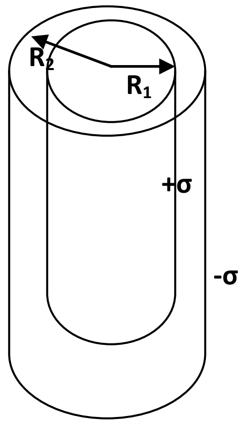


Figure 2

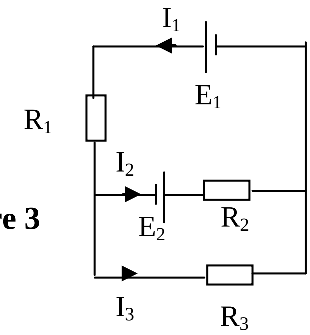
Exercice 3: (7pts)

Considérons le circuit représenté sur la **figure 3** :

1- En appliquant les lois de Kirchhoff, déterminer les valeurs des courants I_1, I_2, et I_3. Indiquer les sens corrects des courants.
2- Calculer la différence de potentiel (ddp) aux bornes de la résistance R_3.
3- Calculer la puissance dissipée dans la résistance R_3 par effet de Joule.

On donne R_1= 4 Ω, R_2=6 Ω, R_3=2 Ω, E_1=14 V, E_2=10V.

Figure 3



Bon courage

Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Math
1[ière] Année LMD-MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2016/2017

Corrigé de rattrapage d'électricité

<u>Exercice 1</u>: (6pts)

- La résultante des forces électrostatique exercées sur la charge (+q') située en G :

$$\overrightarrow{F_G} = \overrightarrow{F_{AG}} + \overrightarrow{F_{BG}} + \overrightarrow{F_{CG}} \quad (0.5\text{pts})$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{F_{AG}} = k\,\frac{q_G q_A}{AG^2}\,\vec{U}_{AG} \\ \overrightarrow{F_{BG}} = k\,\frac{q_G q_B}{BG^2}\,\vec{U}_{BG} \\ \overrightarrow{F_{CG}} = k\,\frac{q_G q_C}{CG^2}\,\vec{U}_{CG} \end{cases} \quad (0.75\text{pts})$$

Avec q_A=-2q, q_B=q_C= -q et q_G=+q'

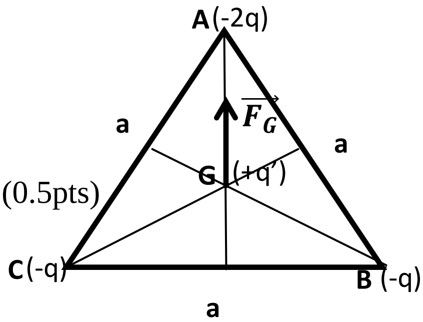
AG=BG=CG=$\frac{a}{\sqrt{3}}$

$\overrightarrow{U_{AG}} = -\vec{j}$ (0.5pts), $\overrightarrow{U_{CG}} = \cos\frac{\pi}{6}\vec{i} + sin\frac{\pi}{6}\vec{j} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$ (0.5pts),

$\overrightarrow{U_{BG}} = -\cos\frac{\pi}{6}\vec{i} + sin\frac{\pi}{6}\vec{j} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$ (0.5pts)

$$\begin{cases} \overrightarrow{F_{AG}} = -k\,\frac{6qq'}{a^2}(-\vec{j}) \\ \overrightarrow{F_{BG}} = -k\,\frac{3qq'}{a^2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\right) \\ \overrightarrow{F_{CG}} = -k\,\frac{3qq'}{a^2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}\right) \end{cases} \quad (0.75\text{pts})$$

(0.5pts)



$$\overrightarrow{F_G} = -k\,\frac{3qq'}{a^2}[-\vec{j}] = 3k\,\frac{qq'}{a^2}\vec{j} \quad (0.5\text{pts})$$

2- Le champ électrostatique au point G

$\overrightarrow{F_G} = q_G\vec{E}_G \Rightarrow \vec{E}_G = \frac{\overrightarrow{F_G}}{q'}$ (0.5pts) $\Rightarrow \vec{E}_G = 3k\,\frac{q}{a^2}\vec{j}$ (0.5pts)

4- Le potentiel électrostatique au point G

$$V_G=V_A+V_B+V_C \ (0.25\text{pts}) \Rightarrow \begin{cases} V_A = k\,\frac{q_A}{AG} \\ V_B = k\,\frac{q_B}{BG} \\ V_C = k\,\frac{q_C}{CG} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_A = -k\,\frac{2\sqrt{3}q}{a} \\ V_A = -k\,\frac{\sqrt{3}q}{a} \\ V_A = -k\,\frac{\sqrt{3}q}{a} \end{cases} \Rightarrow V_G = -4\sqrt{3}k\,\frac{q}{a} \quad (0.75\text{pts})$$

Exercice 2: (7pts)

On considère comme surface de gauss un cylindre de rayon **r** et de hauteur **h**. **(0.25pts)**

Théorème de Gauss : $\varphi = \iint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$ **(0.25pts)**

$\varphi = \iint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{ds} = 2\iint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{ds\ _{base}} + \iint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{ds_{lat}}$ **(0.5pts)**

$\overrightarrow{E} \therefore\because \overrightarrow{ds\ _{lat}}$ et $\overrightarrow{E} \perp \overrightarrow{ds\ _{base}} \Rightarrow \iint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{ds_{lat}} = 0$ **(0.5pts)**

Donc : $\varphi = \iint \overrightarrow{E}.\overrightarrow{ds_{lat}} = \overrightarrow{E}.\int \overrightarrow{ds_{lat}} = E.S_{lat} = E2\pi rh$ **(0.5pts)**

Pour : $r < R_1$

$\boldsymbol{Q_{int} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{E_1} = 0}$ **(0.5pts)**

Pour : $R_1 \leq r < R_2$

$Q_{int} = \iint \sigma ds = \sigma \iint ds = \sigma s = \sigma 2\pi R_1 h$ **(0.5pts)**

$E_2 2\pi rh = \frac{\sigma 2\pi R_1 h}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boldsymbol{E_2 = \frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}\frac{1}{r}}$ **(0.5pts)**

Pour : $r \geq R_2$

$$Q_{int} = Q_1 + Q_2$$

$Q_1 = \sigma 2\pi R_1 h$ **(0.25pts)** et $Q_2 = -\sigma 2\pi R_2 h$ **(0.25pts)** donc $\boldsymbol{Q_{int}} = \sigma 2\pi h(R_1 - R_2)$ **(0.5pts)**

$$E_3 2\pi rh = \frac{\sigma 2\pi h(R_1 - R_2)}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boldsymbol{E_3 = \frac{\sigma(R_1 - R_2)}{\varepsilon_0}\frac{1}{r}} \text{ (0.5pts)}$$

2- le potentiel (2pts)

$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}\,V$ **(0.25pts)**

$E = E(r) \Rightarrow E = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow V = -\int E.dr$ **(0.25pts)**

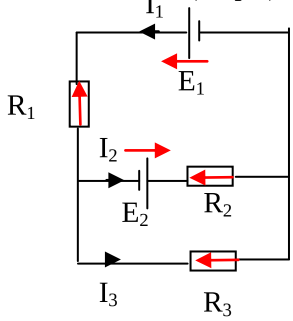
- $V_1 = -\int E_1.dr \Rightarrow \boldsymbol{V_1 = C_1}$ **(0.5pts)**
- $V_2 = -\int E_2.dr = -\frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}\int \frac{1}{r}.dr = -\frac{\sigma R_1}{\varepsilon_0}\boldsymbol{lnr + C_2}$ **(0.5pts)**
- $V_3 = -\int E_3.dr = -\frac{\sigma(R_1 - R_2)}{\varepsilon_0}\int \frac{1}{r}.dr = -\frac{\sigma(R_1 - R_2)}{\varepsilon_0}\boldsymbol{lnr + C_3}$ **(0.5pts)**

Exercice 3 : (7pts)

1- Ecrivons la loi des nœuds et les lois de mailles

- **Loi des nœuds** :

$I_1 = I_3+I_2$.........(1)   (0.5pts)



- **Loi des mailles :**

Maille 1: $E_1+ E_2=R_1I_1+ R_2I_2$ ……(2) (1pts)

Maille 2: $-E_2=-R_2I_2+R_3 I_3$ ……..(3) (1pts)

Remplaçons dans l'équation (2) l'expression de I_1, on trouve $E_1+ E_2=(R1+ R_2)I_2+ R_3I_3$

Calculons les intensités du courant I_1, I_2, I_3 :

$$\begin{cases} 24 - 10I_2 - 4I_3 = 0 \\ -10 + 6I_2 - 2I_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 24 - 10I_2 - 4I_3 = 0 & (1) \\ 20 - 12I_2 - 4I_3 = 0 & (2) \end{cases} \text{(1pts)}$$

$(1)+(2) \Rightarrow I_2 = 2A$ (0.5pts) en remplaçant dans l'équation (1), on aura

24-20-4 I_3=0 donc I_3=1A   (0.5pts)

Alors I_1= 3 A   (0.5pts)

Toutes les valeurs des courants obtenus sont positives, donc les sens indiqués sur la figure (2) sont corrects.

2- calculons la tension aux bornes de la résistance R_3.

$U_3=R_3.I_3=2V$ (0.5pts)

3- Les puissances dissipées par la résistance :

$P_{R3}=U_{R3}I_3=R_3I^2=2$ watt (0.5pts)