Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Math
1ière Année LMD-MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2016/2017
Dimanche 14/05/2017

ÉPREUVE FINALE D'ÉLECTRICITÉ

Questions de cours: (7pts)

1. Une sphère métallique (S) de rayon R et d'épaisseur très mince, est initialement isolée puis on approche une charge ponctuelle +q à la distance (2R) du centre de S. Un nouvel état d'équilibre s'établit.

Montrer que la sphère se charge négativement lorsqu'on relie (S) à la terre. Calculer cette charge.

2. Donner la définition d'un condensateur plan et calculer sa capacité sachant que le champ électrique crée par un plan chargé en surface par une densité surfacique σ, est donné par **$E=\sigma/2\varepsilon_0$**. Comment peut-on améliorer cette capacité?
3. Quelle est la relation entre l'intensité du courant électrique I et sa densité J en régime permanant.

Exercice 1: (5pts)

Soit un groupement de condensateurs illustré à la **figure 1** :

1- Déterminer la capacité équivalente de l'ensemble.
2- Calculer la tension entre les armatures de chaque condensateurs.
3- Calculer la charge électrique portée par chaque condensateur.

On donne : C_1 =3 µF; C_2 = 6 µF; C_3=2 µF; C_4=4 µF et U=90V.

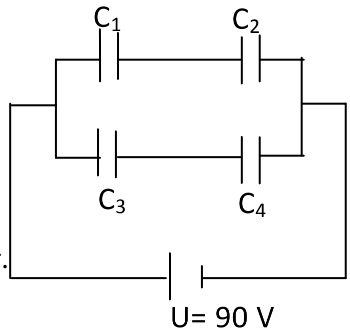


Figure 1

Exercice 2: (8pts)

Le circuit suivant (figure 2) comporte six résistances (R_1= 10 Ω, R_2= R_3 =20 Ω, R_4=5 Ω, R_5=7 Ω et R_6=3 Ω) et deux piles (E_1=20 V, E_2=10V).

1- Simplifier le circuit électrique en calculant les résistances équivalentes
2- Calculer les intensités des courants I_1, I_2 et I_3.
3- En déduire les courants circulants dans les résistances R_5 et R_6.
4- Calculer la puissance électrique dissipée par les résistances R_5 et R_6.

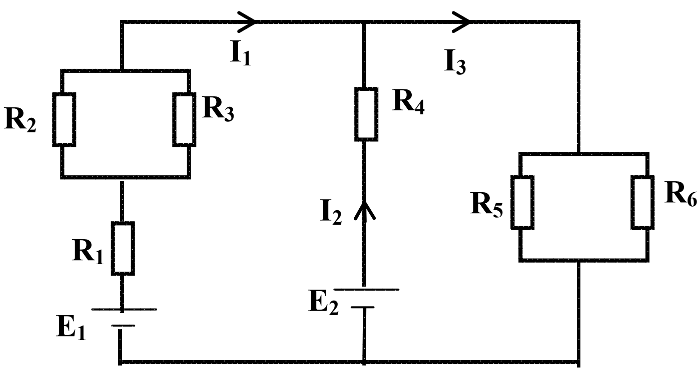


Figure 2

Bon courage

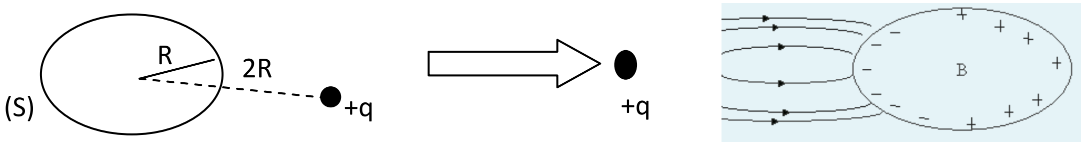
Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Math
1ière Année LMD-MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2016/2017

Corrigé d'épreuve finale d'électricité

<u>Question de cours</u>: (7pts)

1. Une sphère métallique (S) de rayon R, initialement isolée (ΔQ=0). (2pts)



- Lorsqu'on approche (S) à une charge +q, elle attire les charges (-) et repousse les charges (+).(0.5pts)

Le potentiel total sera :

$$V' = V_i + V_f = K\frac{Q}{R} + K\frac{+q}{2R} \text{(0.5pts)}$$

- Lorsqu'on annule le potentiel (mise à terre V=0), les charges positives (+) vont neutralisées (elles s'écoulent vers la terre) (0.25pts) d'où :

V'=0(0.25pts)#

$$\Rightarrow V' = V_i + V_f = K\frac{Q}{R} + K\frac{+q}{2R} = 0$$

$$\Rightarrow Q = -\frac{q}{2} \text{(0.5pts)}$$

2. Définition d'un condensateur Plan : *C'est un ensemble de deux plans chargés en surface en influence totale.* (0.25pts)

La capacité d'un condensateur Plan :

$$C = \frac{Q}{(V_1 - V_2)} = \frac{Q}{U} \text{ (0.25pts)}$$

La capacité d'un condensateur plan est donnée par cette formule

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

- <u>le champ crée par deux plans</u>:

$$\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = +\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(+\vec{k}) + \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}(-\vec{k}) \text{ (0.25pts)}$$

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{k} \text{ Théorème de coulomb (0.25pts)}$$

- Calcul de la différence du potentiel :

$$\begin{cases} \vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \\ E = E(z) \end{cases} \text{(0.5pts)}$$

$$E = -\frac{dV}{dz} \Rightarrow dV = -Edz \text{ (0.25pts)}$$

$$V_1 - V_2 = \int Edz = \int_0^e \frac{\sigma}{\varepsilon_0} dz = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} e = U \text{ (0.25pts)}$$

- <u>La capacité d'un condensateur sphérique</u> :

$$C = \frac{Q}{(V_1 - V_2)} = \frac{\sigma . S}{\frac{\sigma}{\varepsilon_0} e} \text{ (0.25pts)}$$

$$\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}} \text{ (0.5pts)}$$

Pour amélioré la capacité d'un condensateur il faut:

- Soit augmenté la surface des armatures (plans). (0.25pts)
- Soit diminué l'épaisseur **e** (la distance entre les deux armatures). (0.25pts)
- Soit augmenter la constante diélectrique ε de l'isolant qui se trouve entre les deux armatures. (0.25pts)

3. Quelle est la relation entre l'intensité du courant électrique I et sa densité J en régime permanant. (1.5pts)

On à I=Q/t (0.25pts) $\Rightarrow \begin{cases} Q = \rho . V \text{ distribution volumique (0.25pts)} \\ V = S . l \text{ (0.25pts)} \\ l = v . t \text{ (0.25pts)} \end{cases}$

$\Rightarrow I = \frac{Q}{t} = \frac{\rho . V}{t} = \frac{\rho . S . v . t}{t}$

Et $J = \rho . v$ (0.25pts) $\Rightarrow I = J . S$

donc : J=I/S (0.25pts)

<u>Exercice 1</u>: (5pts)

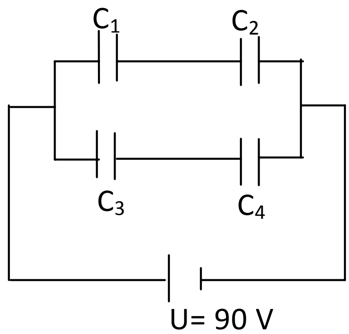


Figure 1

1- C_1 et C_2 en série : $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ (0.25pts)

$C_{eq1} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \Rightarrow C_{eq1} = 2\ \mu F$ (0.5pts)

C_3 et C_4 en série : $\frac{1}{C_{eq2}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}$ (05pts)

$\Rightarrow C_{eq2} = \frac{C_3 C_4}{C_3 + C_4} \Rightarrow C_{eq2} = 1{,}33\ \mu F$ (0.25pts)

$C_{eq1}\ //\ C_{2eq} \Rightarrow C_{eq} = C_{eq1} + C_{eq2} = 3{,}33 \mu F \Rightarrow$ **C_{eq}=3, 33μF** (0.5pts)

2- la tension entre les armatures de chaque condensateurs:

$Q_1 = Q_2$ (0.25pts) (C_1 et C_2 en série)

$C_1 V_1 = C_2 V_2 \Rightarrow V_1 = \frac{C_2 V_2}{C_1} = 2V_2$ (0.25pts)

$V_1 + V_2 = 90$ volt

Donc

$2V_2 + V_2 = 90 \Rightarrow 3V_2 = 90 \Rightarrow V_2 = 30$ volt (0.25pts) $\Rightarrow V_1 = 60$ volt(0.25pts)

$Q_3 = Q_4$ (0.25pts) (C_3 et C_4 en série)

$C_3 V_3 = C_4 V_4 \Rightarrow V_3 = \frac{C_4 V_4}{C_3} = 2V_4$ (0.25pts) $\Rightarrow V_3 + V_4 = 90$ volt

Donc

$2V_4 + V_4 = 90 \rightarrow 3V_4 = 90 \rightarrow V_4 = 30$ volt(0.25pts) $\rightarrow V_3 = 60$ volt(0.25pts)

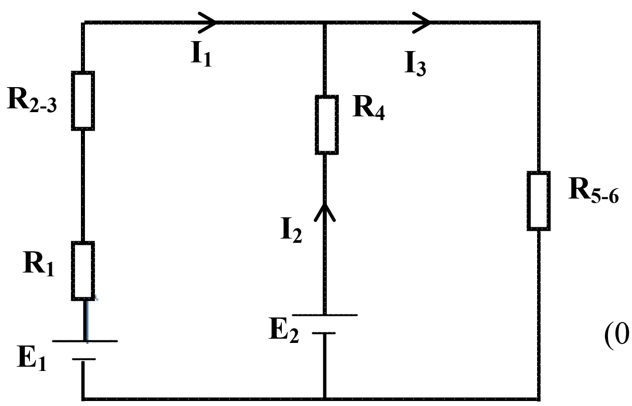
3- la charge électrique portée par chaque condensateur.

$Q_1 = Q_2 = C_1 V_1 = C_2 V_2 = 180\mu F$(0.5pts)

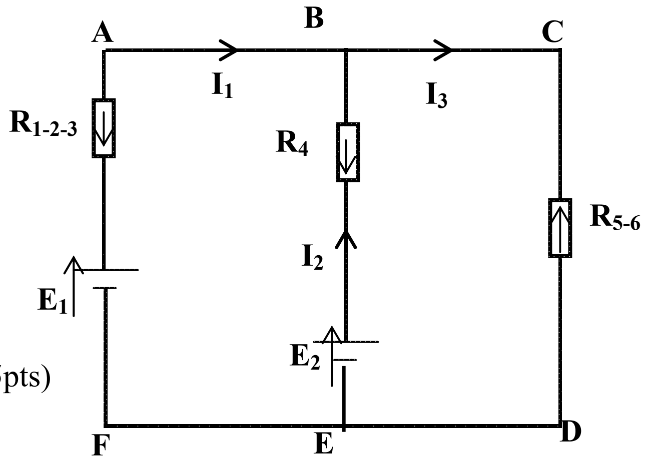
$Q_3 = Q_4 = C_3 V_3 = C_4 V_4 = 120\mu F$(0.5pts)

<u>Exercice 2</u> : (8pts)

1- On simplifie le circuit en regroupant les résistances



(0.5pts)



Cherchons R_{2-3} et R_{5-6}

$$\frac{1}{R_{2-3}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{2}{20} \Rightarrow R_{2-3} = 10\Omega \quad \text{(0.5pts)}$$

$$\frac{1}{R_{5-6}} = \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} = \frac{1}{7} + \frac{1}{3} = \frac{10}{21} \Rightarrow R_{5-6} = 2.1\Omega \quad \text{(0.5pts)}$$

Ensuite trouvons $R_{1-2-3} = 10+10 = 20\Omega$ (0.5pts)

2- Ecrivons la loi des nœuds et les lois de mailles

- Loi des nœuds :

Au point B : $I_1+I_2= I_3$ (dans ce cas les deux dipôles jouent le rôle d'un générateur). (0.5pts)

- **Loi des mailles :**

Nous avons trois mailles,

$E_1 - U_{R1\text{-}2\text{-}3}+U_{R4}-E_2=E_1 - R_{1\text{-}2\text{-}3}\, I_1+ R_4I_2-E_2=0$ (0.5pts)

$E_2- U_{R4}-U_{R5\text{-}6}=E_2-R_4I_2-R_{5\text{-}6}I_3=0$ (0.5pts)

$E_1 - U_{R1\text{-}2\text{-}3} -U_{R5\text{-}6} = E_1 - R_{1\text{-}2\text{-}3}\, I_1-R_{5\text{-}6}\, I_3=0$

Calculons les intensités du courant I_1, I_2, I_3 :

On a besoin juste de deux équations seulement pour avoir un système de trois équations à trois inconnus :

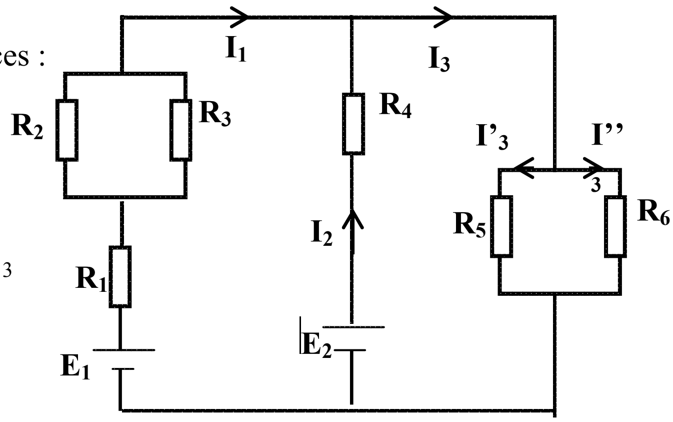
$$\begin{cases} I_3 = I_1 + I_2 \\ 20 - 20I_1 + 5I_2 - 10 = 0 \\ 10 - 5I_2 - 2.1I_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10 - 20I_1 + 5I_2 = 0 & (1) \\ 10 - 7.1I_2 - 2.1I_1 = 0 & (2) \end{cases} \quad \text{(0.5pts)}$$

$(1) \Rightarrow I_1 = \frac{10+5I_2}{20}$ en remplaçant dans l'équation (2), on aura

$8.95-7.625\, I_2=0$ donc $I_2=1.17A$ (0.5pts)

Alors $I_1= 0.79$ A et $I_3=1.96A$ (0.5pts)

3- calculons les intensités du courant circulant dans les résistances R_5 et R_6.



Trouvons d'abords les d.d.p entre ces résistances :

En effet, $U_{R5}=U_{R6}=U_{R5\text{-}6}$ (0.5pts)

$U_{R5\text{-}6} =R_{5\text{-}6}\, I_3=4.116V=E_2 - R_4.I_2$ (0.5pts)

$U_{R5\text{-}6}=U_{R5}=U_{R6}$ avec $U_{R5}=R_5\, I'_3$ et $U_{R6}=R_6\, I''_3$

$I'_3=U_{R5\text{-}6}/R_5=0.588A$ (0.5pts)

et $I''_3= U_{R5\text{-}6}/R_6=1.372A$ (0.5pts)

4- Les puissances dissipées par ces deux résistances :

$P_{R5}=U_{R5}I'_3=R_5\, I'^2_3=2.42$watt (0.5pts)

$P_{R6}=U_{R6}I''_3=R_6\, I''^2_3=5.64$watt (0.5pts)