Série TD N° 04
Mouvement relatif

EXERCICE 1

Les coordonnées d'une particule mobile dans le référentiel (R) muni du repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ sont données en fonction du temps par :

$$x = 2t^3 + 1, \qquad y = 4t^2 + t - 1, \qquad z = t^2$$

Dans un deuxième référentiel (R') muni du repère $(O', \vec{\imath'}, \vec{\jmath'}, \vec{k'})$ avec $\vec{\imath} = \vec{\imath'}, \vec{\jmath} = \vec{\jmath'}, \vec{k} = \vec{k'}$ sont données par :

$$x' = 2t^3, \qquad y' = 4t^2 - 3t + 2, \qquad z' = t^2 - 5$$

1-Exprimez la vitesse v de M dans (R) en fonction de sa vitesse v' dans (R'), procéder de même pour les accélérations

2-Définir le mouvement d'entrainement de (R') par rapport à (R).

EXERCICE 2

Dans le plan Oxy, on considère un système d'axes mobiles (OXY) de même origine O et tel que Ox fasse avec OX un angle variable θ. Un point M mobile sue l'axe OX est repéré par OM=r. On appelle mouvement relatif de M son mouvement par rapport à (OXY), et le mouvement absolu par rapport à (Oxy).

Calculer dans le repère mobile (coordonnées polaires)

1- La vitesse et l'accélération relative de M
2- La vitesse et l'accélération d'entrainement de M
3- Accélération de Coriolis
4- En déduire sa vitesse et son accélération absolue

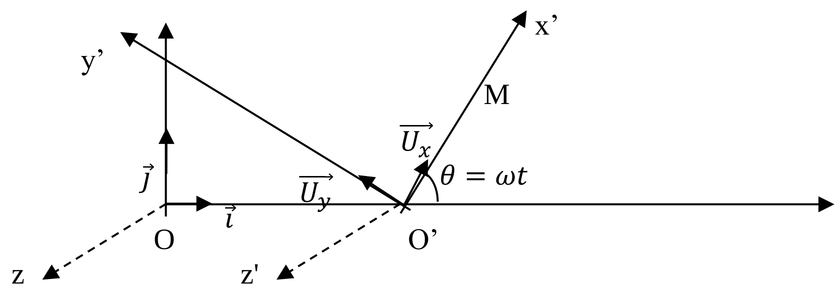
EXERCICE 3

Soit le repère R(Oxyz) et le point O' se déplace sur l'axe (Ox) avec une vitesse constante v. On lie à O' le repère (O'x'y'z') qui tourne autour de (Oz) avec une vitesse angulaire ω constante. Un point mobile M se déplace sur l'axe O'x' tel que $|O'M| = t^2$.

A l'instant t=0, les axes (Ox) et (O'x') sont confondus et M est en O.

1-Calculer la vitesse $\vec{v_r}$ et la vitesse d'entrainement $\vec{v_e}$, en déduire la vitesse absolue $\vec{v_a}$.

2-Calculer l'accélération relative $\vec{a_r}$, l'accélération d'entrainement $\vec{a_e}$ et l'accélération de Coriolis $\vec{a_c}$, en déduire l'accélération absolue $\vec{a_a}$.



EXERCICE 4

Soit le repère R(Oxyz) et le point O' se déplace sur l'axe (Oy) avec une accélération constante γ. On lie à O' le repère (O'XYZ) qui tourne autour de (Oz) avec une vitesse angulaire ω constante. Les coordonnées d'un mobile M dans le repère mobile sont $x'=t^2$ et $y'=t$.

A l'instant t=0, l'axe (O'X) est confondu avec (Ox).

Calculer dans le repère mobile :

1-La vitesse $\overrightarrow{v_r}$ et la vitesse d'entrainement $\overrightarrow{v_e}$, en déduire la vitesse absolue $\overrightarrow{v_a}$.

2-L'accélération relative $\overrightarrow{a_r}$, l'accélération d'entrainement $\overrightarrow{a_e}$ et l'accélération de Coriolis $\overrightarrow{a_c}$, en déduire l'accélération absolue $\overrightarrow{a_a}$.

EXERCICE 5

Dans le plan (Oxy) d'un repère (Oxyz), un point O' auquel on lie le repère (O'XYZ), décrit un cercle de centre O et de rayon r, il tourne avec une vitesse angulaire ω constante. Un point M se déplace sur l'axe (O'Y) parallèle à Oy avec une accélération γ constante. (à l'instant t=0, M est confondu avec $M_0(r,0,0)$et sa vitesse initiale est positive).

1- Calculer dans le repère (Oxyz) le vecteur position $\overrightarrow{OM}$, la vitesse absolue $\overrightarrow{v_a}$ et l'accélération absolue $\overrightarrow{a_a}$
2- Sachant que O'X//Ox, O'Y//Oy et O'Z//Oz, calculer
   a- La vitesse relative et la vitesse d'entrainement, vérifier que $\overrightarrow{v_a}=\overrightarrow{v_r}+\overrightarrow{v_e}+\overrightarrow{v_c}$.
   b- L'accélération relative $\overrightarrow{a_r}$, l'accélération d'entrainement $\overrightarrow{a_e}$ et l'accélération de Coriolis $\overrightarrow{a_c}$, vérifier que $\overrightarrow{a_a}=\overrightarrow{a_r}+\overrightarrow{a_e}+\overrightarrow{a_c}$.

EXERCICE SUPPLEMENTAIRE

Dans le plan (Oxy), une droite tourne autour de Oz avec une vitesse constante $\omega = \dot{\theta}$. Un point mobile M (OM=r) se déplace sur l'axe (OX') suivant la loi $r = r_0\,(\cos\omega t + \sin\omega t)$ avec r_0= constante.

1- Déterminer à l'instant t en fonction de r_0 et ω, la vitesse $\overrightarrow{v_r}$ et la vitesse d'entrainement $\overrightarrow{v_e}$, dans le repère mobile (OX'Y') en déduire la vitesse absolue $\overrightarrow{v_a}$dans le même repère et montrer que son module est constant.
2- Déterminer à l'instant t en fonction de r_0 et ω, l'accélération relative $\overrightarrow{a_r}$, l'accélération d'entrainement $\overrightarrow{a_e}$ et l'accélération de Coriolis $\overrightarrow{a_c}$ dans le repère mobile, en déduire l'accélération absolue $\overrightarrow{a_a}$ dans ce repère et en déduire que son module est constant.