

Université Aboubekr BELKAID - Tlemcen	A.U 2016/2017 - M.I 1ère année
Faculté des Sciences - Département de Mathématiques	Analyse 1 - Fiche de T.D n°6

Exercice 1: Etudier et représenter graphiquement les fonctions suivantes :

$$f(x) = \text{Log} \left(x + \sqrt{x^2 - 1} \right) \quad g(x) = \frac{1 + \sin x}{1 + \cos x}$$

Exercice 2: Etablir les identités suivantes en précisant leurs domaines de validité :

$$\text{Arcsin } x + \text{Arccos } x = \frac{\pi}{2}, \quad \text{Arctan } x + \text{Arctan} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} \text{sign } x$$

$$\text{Arctan } x + \text{Arctan } y = \text{Arctan} \frac{x + y}{1 - xy}, \quad \text{Arctan } x = \text{Arcsin} \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$$

Exercice 3: Linéariser les expressions suivantes :

$$A(x) = \cosh^4 x \sinh^3 x \quad B(x) = \cos^5 x + \sin^5 x$$

Exercice 4: Montrer que $\cos(n \text{Arccos } x)$ est un polynôme de degré n , appelé polynôme de Tchebychev.

Exercice 5: Etablir les identités suivantes en précisant leurs domaines de validité :

$$\text{Argch } x = 2 \text{Argch} \sqrt{\frac{x + 1}{2}}, \quad \text{Argch } x = \text{Argsh} \left(\sqrt{x^2 - 1} \right)$$

$$\text{Argsh } x = \text{Argch} \left(\sqrt{x^2 + 1} \right)$$

Exercice 6: Montrer qu'on peut définir la fonction $f(x) = \text{Arcsin}(\sin x)$ sur \mathbb{R} tout entier. Étudier ensuite cette fonction et tracer sa courbe représentative.

Exercice 7: (supplémentaire) Soient α, β, γ les mesures des angles d'un triangle ABC . Montrer que ce triangle est rectangle si et seulement si

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma = 2.$$

Peut-on affirmer que

$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \sin^2 \gamma \leq 2$$

quelque soit le triangle ?