

Université Aboubekr BELKAID - Tlemcen	A.U 2016/2017 - M.I 1ère année
Faculté des Sciences - Département de Mathématiques	Analyse 1 - Fiche de T.D n°5

Exercice 1: Étudier la dérivabilité de chacune des fonctions suivantes sur son domaine de définition :

$$f(x) = \frac{\min(x, 1)}{1 + \max(x, 1)} \quad , \quad g(x) = -|x| + \sqrt{x^2 + |x^2 - 1|}$$

Exercice 2: Soit f une fonction dérivable au point a et telle que $f(a) = 0$. Soit g une fonction admettant une limite au point a . Que peut-on dire de la dérivabilité du produit $f.g$ au point a ? Commentez.

Exercice 3: En utilisant la formule de Leibniz, calculez la dérivée d'ordre n des fonctions suivantes :

$$f(x) = x^3 \cdot e^x \quad , \quad g(x) = \frac{1 + x^2}{1 - x}$$

Exercice 4: En utilisant le théorème des accroissements finis, établir les inégalités suivantes (utiles pour le calcul des limites) :

$$e^x \geq 1 + x \quad \text{puis} \quad e^x \geq 1 + x + \frac{x^2}{2} \quad \text{pour} \quad x \geq 0$$

et

$$\frac{x}{1+x} \leq \log(1+x) \leq x \quad \text{pour} \quad x \in]-1, +\infty[.$$

Exercice 5: En utilisant la formule de Taylor-Lagrange à un ordre convenable, déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3} \quad , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$$

Retrouver ces limites à l'aide de la règle de l'Hospital.

Exercice 6: Est-il vrai que si on approche $\cos 3^\circ$ par $1 - \frac{1}{2} \left(\frac{3\pi}{180} \right)^2$ on commet une erreur inférieure à 0.5% ?