

Université Aboubekr BELKAID - Tlemcen	A.U 2016/2017 - M.I 1ère année
Faculté des Sciences - Département de Mathématiques	Analyse 1 - Fiche de T.D n°2

Exercice 1: On donne les sous-ensembles de \mathbb{R} suivants :

$$A = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{n+1} / n \in \mathbb{N} \right\}, \quad B = \left\{ \frac{ab}{(a+b)^2} / a, b \in \mathbb{N}^* \right\}, \quad C = \left\{ \frac{x+1}{x+2} / x \leq -3 \right\}.$$

Étudier, pour chacun, l'existence de la borne supérieure et de la borne inférieure.

Exercice 2: Soient A, B deux parties non vides bornées de \mathbb{R} . Est-il vrai que $\sup(A+B) = \sup A + \sup B$, $A \subset B \Rightarrow \sup A \leq \sup B$, $A \subset B \Rightarrow \inf A \leq \inf B$, $\sup(A \cup B) = \max(\sup A, \sup B)$, $\sup(-A) = -\inf A$? On rappelle que $A + B = \{a + b/a \in A \text{ et } b \in B\}$ et que $-A = \{-a/a \in A\}$.

Exercice 3: Résoudre dans \mathbb{R}

$$|2x - 3| + |x| + |1 - x| = -2, \quad |1 - x^2| \geq x$$

Exercice 4: Établir les deux inégalités suivantes :

$$|x + y| \leq 2 \max(|x|, |y|), \quad ||x| - |y|| \leq |x - y|$$

Exercices supplémentaires (Facultatifs)

Exercice 5: Étudier l'existence de la borne supérieure et de la borne inférieure (les déterminer éventuellement) pour chacun des sous-ensembles de \mathbb{R} suivants:

$$A = \left\{ \frac{n+m}{nm+1} / n, m \in \mathbb{N}^* \right\}, \quad B = \left\{ \frac{xy}{x^2+y^2} / x, y \in \mathbb{R}^* \right\}$$

Exercice 6: Que peut-on établir comme inégalité pour

$$\inf(A \cup B), \quad \sup(A \cap B), \quad \inf(A \cap B)?$$

Exercice 7: Déterminer

$$\inf \left\{ (a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) / a, b, c > 0 \right\}$$