

Université Aboubekr BELKAID - Tlemcen	A.U 2016/2017 - M.I 1ère année
Faculté des Sciences - Département de Mathématiques	Analyse 1 - Fiche de T.D n°1

Exercice 1: On donne $a = 178$, $b = 49$ et $c = 259$.

1. Ecrire chacun de ces nombres en base 2.
2. Effectuer, en base 2, les opérations $a + b$, $a + c$ et $b + c$.
3. Vérifier le résultat en effectuant d'abord le calcul en base 10, puis le convertir en base 2.

Exercice 2: Résoudre dans \mathbb{Z}^2 les équations suivantes :

$$a/ (x - 2)(y + 3) = 18 \qquad b/ 5x - 11y = 13.$$

Indication : Utiliser la notion de divisibilité.

Exercice 3: Soit p un nombre premier différent de 2 et 3.

1. Montrer que $p \pm 1$ est divisible par 2.
2. En étudiant les restes de la division de $p \pm 1$ par 3, montrer que p est soit de la forme $6m + 1$, soit de la forme $6m - 1$.
3. La réciproque est-elle vraie ? A savoir que tout nombre de la forme $6m \pm 1$ est premier.

Exercice 4: Soit p un nombre premier. Montrer que $\sqrt{p} \notin \mathbb{Q}$. En déduire que $\sqrt{p} + \sqrt{q} \notin \mathbb{Q}$ quand p et q sont premiers.

Exercice 5: Soit $x \in \mathbb{R}$ et soit $[x]$ sa partie entière. Montrer que :

1. $[x + y] = [x] + [y] + \varepsilon$ où $\varepsilon \in \{0, 1\}$.
2. $[x - y] = [x] - [y] - \varepsilon$ où $\varepsilon \in \{0, 1\}$.
3. $[\frac{[nx]}{n}] = [x]$ avec $n \in \mathbb{N}^*$.

Exercice 6: Pour chacun des ensembles A , donner $\sup A$ et $\inf A$, en précisant s'ils font partie de A .

$$A = \{x \in \mathbb{Q}/x^2 \leq 7\}.$$

$$A = \{x \in \mathbb{Q}/x^3 \leq 8\}.$$

$$A = \left\{1 - \frac{\sin^2 n}{n + 1} / n \in \mathbb{N}^*\right\}.$$