Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Année Universitaire 2016/2017
Liste 5 de TD d'Algèbre MI
Chapitre 2: Partie3: **Injection-Surjection-Bijection**

Exercise 1 *Les fonctions suivantes sont-elles injectives, surjectives, bijectives?*

$f : [0, +\infty[\to \mathbb{R},\ x \mapsto x^2,\ f : [0, +\infty[\to \mathbb{R},\ x \mapsto |x|\,,\ f : \mathbb{Z} \to \mathbb{N},\ x \mapsto x^2,$
$f : \mathbb{N} \to \mathbb{Q},\ x \mapsto \dfrac{1}{1+x}.$

Exercise 2 *Soient a, b, c trois réels tels que $c \neq 0$ et $a^2 + bc \neq 0$. On considère la fonction $f : \mathbb{R} \backslash \{a \backslash c\} \to \mathbb{R} \backslash \{a \backslash c\}$ définie par $f(x) = \dfrac{ax+b}{cx-a}$. Justifier que l'application f est bien définie. Calculer $f \circ f$ en déduire que c'est l'identité dans $\mathbb{R} \backslash \{a \backslash c\}$. Déterminer alors l'application réciproque de f.*

Exercise 3 *Soit $f : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ définie par $f(n) = \begin{cases} n/2 & si\ n\ est\ pair \\ -\frac{n+1}{2} & sinon \end{cases}$. Montrer que f est bien définie et est bijective.*

Exercise 4 *Soient A et B deux parties d'un ensemble E et $f : \begin{cases} P(E) \to P(A) \times P(B) \\ X \mapsto (X \cap A, X \cap B) \end{cases}$.*
Montrer que:

1- *f est injective si et seulement si $A \cup B = E$.*
2- f est surjective si et seulement si $A \cap B = \varnothing$.