Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Année Universitaire 2016/2017
Liste 3 de TD d'Algèbre MI
Chapitre 2: Partie1: **Ensembles**

Exercice1. Représenter les sous-ensembles de $\mathbb{R}^2$ suivants :
$(]0,1[\cup[2,3[) \times [-1,1]$ et $(\mathbb{R}\backslash(]0,1[\cup[2,3[)) \times (\mathbb{R}\backslash([-1,1]\cap[0,2]))$.

Solution: c'est facile

Exercice2. Soit $E = \{a, b, c\}$. Peut-on écrire:
$a \in E$, $a \subset E$, $\{a\} \subset E$, $\varnothing \in E$, $\varnothing \subset E$, $\{\varnothing\} \subset E$?

Solution: $a \in E$, on peut l'écrire car a est un élément de E.
$a \subset E$, on ne peut pas l'écrire car a n'est pas un sous ensemble de E.
$\{a\} \subset E$, on peut l'écrire car $\{a\}$ est un sous ensemble de E.
$\varnothing \in E$, on ne peut pas l'écrire car $\varnothing$ n'est pas un élément de E. On écrit plutôt $\varnothing \in P(E)$ (ensemble des parties de E)
$\varnothing \subset E$, on peut l'écrire car $\varnothing$ est un sous ensemble de E.
$\{\varnothing\} \subset E$, on ne peut pas l'écrire car $\{\varnothing\}$ est l'ensemble des parties de $\varnothing$.

Exercice3. Soit E un ensemble et $P(E)$ l'ensemble des parties de E.
Soit A, B, $C \in P(E)$. *Etablir que* $A\backslash(B \cap C) = (A\backslash B) \cup (A\backslash C)$

Solution: $A\backslash(B \cap C) = A \cap (\overline{B \cap C}) = A \cap (\overline{B} \cup \overline{C}) = (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap \overline{C}) = (A\backslash B) \cup (A\backslash C)$.
On a noté le complémentaire de B, de C et de $B \cap C$ par rapport à E, par $\overline{B}$, $\overline{C}$ et $\overline{B \cap C}$.

Exercice4. Soient A et B deux parties d'un ensemble E.
Montrer que $A \triangle B = A \cap B \Rightarrow A = B = \varnothing$. ($A \triangle B$ *est l'ensemble différence symétrique de* A *et* B).

Solution: On sait que $A \triangle B = (A \cup B)\backslash(A \cap B)$.
Or on a $A \triangle B = A \cap B$, donc $A \cup B = A \cap B = \varnothing$, ceci nous donne $A = B = \varnothing$.

Exercice5. Soient A et B deux parties d'un ensemble E.
Discuter et résoudre l'équation $A \cup X = B$ d'inconnue $X \in P(E)$ ensemble des parties de E.

<u>**Solution:**</u> Trouvons X, un sous ensemble de E, tel que $A \cup X = B$.
On a $A \cup X = B$. Donc on a $A \subset B$ et $X \subset B$. Si $A \cap X = \varnothing$ alors $B \backslash A = X$ et si $A \cap X \neq \varnothing$ alors $B \backslash A \subset X$.
Donc $B \backslash A \subseteq X$.
En conclusion; X est un élément de l'ensemble des parties de E tel que :

$$B \backslash A \subseteq X \subset B.$$