

Département de Mathématiques  
Faculté des Sciences  
Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Année Universitaire 2016/2017

Liste 2 de TD d'Algèbre MI

Chapitre 1: Partie2: **Logique et Raisonnement**

**Exercice 1** *Ecrire les contraposées des implications suivantes et les démontrer.  $n$  est un entier naturel,  $x$  et  $y$  sont des nombres réels.*

1.  $n$  premier  $\Rightarrow (n = 2$  ou  $n$  est impair),
2.  $xy \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$  et  $y \neq 0$ ,
3.  $x \neq y \Rightarrow (x + 1)(y - 1) \neq (x - 1)(y + 1)$ .

**Exercice 2** *Soit  $n > 2$  un entier. Montrer par l'absurde que, si  $n$  n'est pas premier alors il admet un diviseur premier  $p$  qui est inférieur ou égal à  $\sqrt{n}$ . A l'aide de ce critère, déterminer si les nombres 89, 167 et 191 sont premiers.*

**Exercice 3** *Démontrer par récurrence que:  $\forall n \in \mathbb{N} - \{0, 1, 2, 3\}, n^2 \leq 2^n$ .*

**Exercice 4** *Pour  $n \in \mathbb{N}$ , on définit la propriété:  $P_n : 3$  divise  $4^n - 1$ . Montrer que  $P_n$  est vraie pour tout  $n \in \mathbb{N}$ .*

**Exercice 5** *Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ :*

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{et} \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

**Fin du Chapitre 1.**