

Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Année Universitaire 2016/2017

Liste 2 de TD d'Algèbre MI

Chapitre 1: Partie2: **Logique et Raisonnement**

Exercice 1 *Ecrire les contraposées des implications suivantes et les démontrer. n est un entier naturel, x et y sont des nombres réels.*

1. n premier $\Rightarrow (n = 2$ ou n est impair),
2. $xy \neq 0 \Rightarrow x \neq 0$ et $y \neq 0$,
3. $x \neq y \Rightarrow (x + 1)(y - 1) \neq (x - 1)(y + 1)$.

Exercice 2 *Soit $n > 2$ un entier. Montrer par l'absurde que, si n n'est pas premier alors il admet un diviseur premier p qui est inférieur ou égal à \sqrt{n} . A l'aide de ce critère, déterminer si les nombres 89, 167 et 191 sont premiers.*

Exercice 3 *Démontrer par récurrence que: $\forall n \in \mathbb{N} - \{0, 1, 2, 3\}, n^2 \leq 2^n$.*

Exercice 4 *Pour $n \in \mathbb{N}$, on définit la propriété: $P_n : 3$ divise $4^n - 1$. Montrer que P_n est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.*

Exercice 5 *Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$:*

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} \quad \text{et} \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Fin du Chapitre 1.