Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université Aboubekr Belkaid-Tlemcen

Année Universitaire 2016/2017
Liste 1 de TD d'Algèbre MI
Chapitre 1: **Elèments de Logique**

Exercice1: *Montrer que les assertions suivantes sont des tautologies (i.e. toujours vraies):*
P *ou* $(P \Rightarrow Q)$, $P \Rightarrow (Q \Rightarrow P)$, $((P \Rightarrow Q) \Rightarrow P) \Rightarrow P$. *(P et Q sont deux assertions).*

Exercice2: *Simplifier l'expression:* $(\overline{P}$ *et* $Q)$ *ou* $(\overline{P}$ *et* $\overline{Q})$ *ou* $(P$ *et* $Q)$. *L'assertion* $\overline{A}$ *est la négation de l'assertion* A.

Exercice3: *Soient* P, Q *et* R *trois assertions. Montrer les équivalences qui suivent:*
$(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)) \Leftrightarrow ((P \text{ et } Q) \Rightarrow R)$, $((P \text{ ou } Q) \Rightarrow R) \Leftrightarrow ((P \Rightarrow R) \text{ et } (Q \Rightarrow R))$.

Exercice4: *Soient* n *et* m *deux entiers naturels.*
1- *Donner un équivalent de* $(n < m) \Rightarrow (n = m)$.
2- *Donner la négation de* $(n \leq m) \Rightarrow (n > m)$.

Exercice5: *Dire si c'est vrai ou faux:* $(x \in \mathbb{R})$
1- $x > 5 \Rightarrow x > 3$.
2- $x^3 = -1 \Leftrightarrow x = -1$.
3- $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$.
4- $x = 0 \Rightarrow x \leq 0$.
5- $z \in \mathbb{C} \Rightarrow |z| = 1$.

Exercice6: *Ecrire avec les quantificateurs les propositions suivantes:*
1- f *est la fonction nulle (où* f *est une fonction de* $\mathbb{R}$ *dans* $\mathbb{R}$*).*
2- *Le dénominateur* D *de* f *s'annule au moins une fois sur* $\mathbb{R}$.
3- f *est l'identité de* $\mathbb{R}$. (C'est à dire la fonction qui, à chaque réel, associe lui même).
4- *Le graphe de* f *coupe la droite d'équation* $y = x$.
5- *L'équation* $\sin(x) = x$ *a une et une solution dans* $\mathbb{R}$.
6- *Tout entier naturel est pair ou impair.*
7- *Tout entier naturel est pair ou tout entier naturel est impair.*

Exercice7: *Montrer que;* $\exists x \in \mathbb{R} \ / \ \sin(x) = x$.

Exercice8: *Soit* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *une fonction continue. On considère les assertions suivantes:*

$P : \forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = 0,\quad Q : \exists x \in \mathbb{R},\ f(x) = 0$ *et* $R :\ (\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) > 0)$ *ou* $(\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) < 0)$.

Parmi les implications suivantes lesquelles sont exactes:

1- $P \Rightarrow Q$
2- $Q \Rightarrow P$
3- $Q \Rightarrow R$
4- $\overline{R} \Rightarrow Q$
5- $\overline{Q} \Rightarrow \overline{P}$

Exercice9: *Montrer que* $(\forall \epsilon \geq 0,\ |x| \leq \epsilon) \Rightarrow x = 0$.