Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
1ière Année LMD-MI
Jeudi: 17/11/2016
Durée : 1 h 30mn

Année Universitaire 2016/2017

Contrôle Continu de mécanique

Exercice 1: (6pts)

Pour extraire un électron de masse **m** d'un métal, il faut lui fournir une énergie $\mathbf{W_0}$ homogène à une énergie cinétique. Cette extraction est obtenue en éclairant une plaque du métal par une radiation monochromatique de longueur d'onde λ. Le bilan énergétique permet d'écrire la relation suivante :

$$A = \sqrt{\frac{2}{m} \cdot \left(\frac{B.c}{\lambda} - W_0\right)}$$

Où **c** est la vitesse de la lumière.

1- Déterminer la dimension et l'unité (dans le système SI) de B et A.
2- En posant $\mathbf{W_0=0}$ et en supposant $\mathbf{\Delta c = 0}$, déterminer l'incertitude relative sur A en fonction de Δm, $\Delta \lambda$ et ΔB.

Exercice 2: (8pts)

A. $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$ étant les vecteurs unitaires d'un repère orthonormé (Oxyz), on considère les vecteurs. $\vec{r_1} = 6\,\vec{i} + 8\vec{j} + 26\vec{k}$, $\vec{r_2} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

1- Calculer l'aire (surface) du parallélogramme qu'on peut former à partir de $\vec{r_1}$ et $\vec{r_2}$.
2- Déduire l'angle θ que forme les deux vecteurs $\vec{r_1}$ et $\vec{r_2}$.

B. Dans un référentiel (R), on définit des coordonnées cylindriques (ρ, θ, z) pour repérer la position d'un mobile M ponctuel. Soit $\vec{u_\rho}$, $\vec{u_\theta}$ et $\vec{u_z}$ la base associée.

1- Ecrire l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ dans cette base ($\vec{u_\rho}$, $\vec{u_\theta}$, $\vec{u_z}$).
2- Donner les coordonnées x, y, z du point M en fonction de ρ, θ et z. Déduire les vecteurs unitaires $\vec{u_\rho}$, $\vec{u_\theta}$ et $\vec{u_z}$ en fonction de $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$.
3- Déterminer le vecteur de déplacement élémentaire en coordonnées cylindriques.
4- Ecrire l'expression du vecteur vitesse en coordonnées cylindriques.

Exercice 3: (6pts)

L'équation de la trajectoire d'un mobile M dans le plan (oxy) est $y=x^2$ telle que son abscisse est $x=2t+1$.

Trouver :

1. Le module du vecteurs vitesse et accélération.
2. Les accélérations tangentielle et normale à l'instant t=0.
3. Le rayon de courbure R à l'instant t=0.

Bon courage

Le corrigé du contrôle continue de mécanique

Exercice 1 : (06pts)

$$A = \sqrt{\frac{2}{m}\cdot\left(\frac{B.c}{\lambda} - W_0\right)}$$

$$\begin{cases} [W_0] = [E] = ML^2T^{-2} \\ [\lambda] = L \\ [c] = LT^{-1} \\ [m] = M \end{cases}$$ **(01pts)**

1- $[B] = ??$

On a

$$A^2 = \frac{2}{m}\cdot\left(\frac{B.c}{\lambda} - W_0\right)$$

$$\Rightarrow [B] = \frac{[\lambda]}{[c]}[W_0]$$

$\Rightarrow [B] = ML^2T^{-1}$ **(01pts)** l'unité de **B** est kg.m^2.s^{-1} **(0.25pts)**

Et $[A]^2 = \left[\frac{2}{m}\right].[W_0] = L^2T^{-2} \Rightarrow [A] = L\ \ T^{-1}$**(01pts)** l'unité de **A** est m·s^{-1} **(0.25pts)**

2- $W_0 = 0$ et $\Delta c = 0$:

Donc

$A^2 = \frac{2}{m}\cdot\left(\frac{B.c}{\lambda}\right)$**(0.5pts)**

$\Rightarrow 2logA = log2c + logB - logm - log\lambda$ **(0.5pts)**

$\Rightarrow 2\frac{dA}{A} = \frac{d(2c)}{2c} + \frac{dB}{B} - \frac{dm}{m} - \frac{d\lambda}{\lambda}$**(0.5pts)**

$\Rightarrow 2\frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta B}{B} + \left|-\frac{\Delta m}{m}\right| + \left|-\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right|$**(0.5pts)**

$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta B}{B} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)$**(0.5pts)**

Exercice 2 : (08pts)

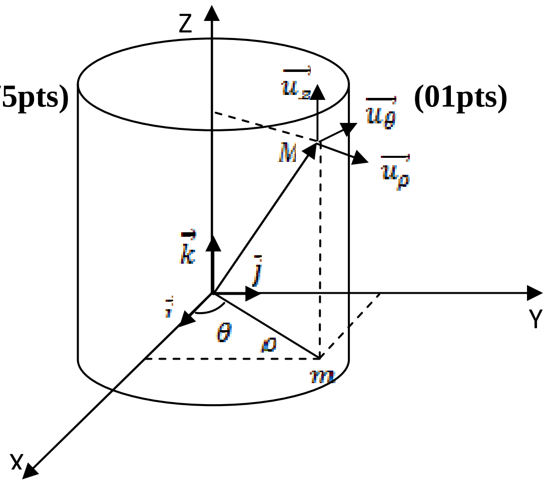
A. 1- $s = |\vec{r_1} \wedge \vec{r_2}|$

Avec $\vec{r_1} \wedge \vec{r_2} = -18\,\vec{i} + 20\,\vec{j} - 2\,\vec{k} \Rightarrow |\vec{r_1} \wedge \vec{r_2}| = \sqrt{728} = 26.98$ **(01pts)**

2- $\sin\theta = \frac{|\vec{r_1}\wedge\vec{r_2}|}{|\vec{r_1}||\vec{r_2}|} = \frac{26,98}{\sqrt{776}\sqrt{3}} = 0.559 \Rightarrow \theta = 34°$**(01pts)**

B.

1- Le vecteur position en coordonnées cylindriques : $\overrightarrow{OM} = \rho\vec{u_\rho} + z\vec{u_z}$ **(0.5pts)**



(01pts)

2- $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ **(0.25pts)**

Par projection : $x = \rho cos\theta$, $y = \rho sin\theta$ et $z = Z_m$**(0.75pts)**

Donc : $\overrightarrow{OM} = \rho cos\theta\ \vec{i} + \rho sin\theta\vec{j} + z\vec{k}$ **(0.25pts)**

Et $\overrightarrow{OM} = \rho\vec{u_\rho} + z\vec{u_z}$

Donc

$$\begin{cases} \vec{u_\rho} = cos\theta\ \vec{i} + sin\theta\vec{j} \\ \vec{u_z} = \vec{k} \\ \vec{u_\theta} = \frac{d\vec{u_\rho}}{d\theta} = -sin\theta\ \vec{i} + cos\theta\vec{j} \end{cases}$$ **(0.75pts)**

3- vecteur de déplacement élémentaire : la méthode de différentiation du vecteur unitaire :

$\overrightarrow{dOM} = d(\rho\overrightarrow{u_\rho} + z\overrightarrow{u_z}) = d\rho\overrightarrow{u_\rho} + \rho d\overrightarrow{u_\rho} + dz\overrightarrow{u_z} + zd\overrightarrow{u_z}$ **(0.5pts)**

$\overrightarrow{dOM} = d\rho\overrightarrow{u_\rho} + \rho d\overrightarrow{u_\rho}\frac{d\theta}{d\theta} + dz\overrightarrow{u_z}$

$\overrightarrow{dOM} = d\rho\overrightarrow{u_\rho} + \rho d\theta\overrightarrow{u_\theta} + dz\overrightarrow{u_z}$**(0.5pts)**

4- vecteur vitesse en coordonnées cylindriques :

$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho\overrightarrow{u_\rho} + dz\overrightarrow{u_z})$ **(0.5pts)**

$\vec{v} = \frac{d\rho}{dt}\overrightarrow{u_\rho} + \rho\frac{d\overrightarrow{u_\rho}}{dt} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z} + z\frac{d\overrightarrow{u_z}}{dt}$ **(0.25pts)**

$\vec{v} = \frac{d\rho}{dt}\overrightarrow{u_\rho} + \rho\frac{d\overrightarrow{u_\rho}}{dt}\frac{d\theta}{d\theta} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z}$ **(0.25pts)**

$\vec{v} = \frac{d\rho}{dt}\overrightarrow{u_\rho} + \rho\frac{d\theta}{dt}\overrightarrow{u_\theta} + \frac{dz}{dt}\overrightarrow{u_z} = \dot{\rho}\overrightarrow{u_\rho} + \rho\dot{\theta}\overrightarrow{u_\theta} + \dot{Z}\overrightarrow{u_z}$**(0.5pts)**

Exercice 3: (6pts)

1-les composantes de la vitesse

Nous avons x=2t+1 et y=x^2 donc y=(2t+1)^2 **(0.5 pts)**

$\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \end{cases}$ **(0. 5 pts)** $\Rightarrow \begin{cases} v_x = 2 \\ v_y = 4(2t+1) \end{cases}$ **(0.5pts)**

Le vecteur vitesse s'écrit : $\vec{v} = 2\vec{\imath} + (8t+4)\vec{\jmath}$

Le module de la vitesse : $|\vec{v}| = v = \sqrt{4 + (8t+4)^2} = \sqrt{64t^2 + 64t + 20}$ **(0.5 pts)**

2- les composantes de l'accélération

Nous avons $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} \end{cases}$ **(0. 5 pts)** $\Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 8 \end{cases}$ **(0. 5 pts)**

Le vecteur accélération s'écrit : $\vec{a} = 8\vec{\jmath}$ donc $|\vec{a}| = a = 8$ **(0.5 pts)**

3- les accélérations normale et tangentielle

- **L'accélération tangentielle**

$$a_T = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d(\sqrt{64t^2+64t+20})}{dt} = \frac{64t+32}{\sqrt{64t^2+64t+20}} = \frac{64t+32}{v}$$ **(0. 5 pts)**

Pour t=0, $a_T = \frac{32}{\sqrt{20}}$ **(0. 25 pts)**

L'accélération normale

Nous avons $a^2 = a_T^2 + a_N^2$ donc $a_N^2 = a^2 - a_T^2$

$$a_N^2 = 64 - \frac{(64t+32)^2}{64t^2+64t+20} \Rightarrow a_N^2 = \frac{256}{v^2} = \frac{(16)^2}{v^2} \Rightarrow a_N = \frac{16}{v}$$ **(0. 5 pts)**

Donc à t=0 on à $v = \sqrt{20}$ $d'où\ a_N = \frac{16}{\sqrt{20}}$ **(0. 5 pts)**

4-Le rayon de courbure

$a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{16}{v}$ **(0.25 pts)** $\Rightarrow R = \frac{v^2}{a_N} = \frac{v^3}{16}$ **(0. 25 pts)** Pour t=0 R=$\frac{20\sqrt{20}}{16} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ **(0.25 pts)**