Université de Tlemcen

Faculté des Sciences

Année Universitaire 2015-2016

1ère Année LMD MI

Epreuve de rattrapage de statistique

Durée 1h30

Exercice 1: La loi d'une variable statistique double Z=(X,Y)est donnée par le tableau suivant :

x_i \ y_j	6	9	11	14
2	0,16	0,02	0,02	0
8	0,02	0,2	a	0
12	0,02	a	0,28	a
18	0	0	0,02	014

1) Déterminer la constante a et interpréter f_{12}

2) Trouver $\bar{x},\bar{y},\sigma_X$ et σ_Y

3) Calculer COV(X,Y) et ρ le coefficient de corrélation entre X et Y .Commenter le résultat.

4) Trouver la droite de régression de X en Y et donner une estimation de X si Y =12

Exercice 2 : Un sac contient dix boules numérotées de 1 à 10 .Les boules numérotée 1,2 et 3sont de couleur noire et les autres sont blanches. On tire au hasard et simultanément deux boules de cette urne

a)Quelle est la probabilité de l'évènement A « Au moins une des boules tirées indique un nombre pair».

b) Quelle est la probabilité de l'évènement B « les deux boules tirées sont de même couleur ».

c) Quelle est la probabilité de l'évènement C « Les chiffres indiqués sur les boules tirées sont tous les deux supérieurs ou égaux à 6 et au moins l'une des deux boules est noire »

Exercice 3: Une v.s X continue prend les valeurs suivantes réparties en classes avec leurs effectifs partiels

respectifs et données par le tableau

Classes C_i	[0 ; 10 [	[10 ; 20[	[20 ; 30 [	[30 ; 40[	[40 ; 50 [
n_i	21	30	35	10	4

1°) Tracer l'histogramme des fréquences partielles.

2°) Déterminer la moyenne de la v.s X (justifier les calculs intermédiaires).

3°) Calculer la fonction de répartition de cette v.s et tracer sa courbe cumulative des fréquences.

4°) En déduire graphiquement la médiane.

5°) Calculer les quartiles et la variance de la v.s X.

Corrigé du Rattrapage de Stat.

Ex 1 (9 pts) 1°) $\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4} f_{ij} = 1$ d'où $3a + 0{,}88 = 1$

$$\boxed{a = 0{,}04}$$ 1

$f_{12} = 0{,}02$ donc 2% des individus ont les caractères $X = 2$ et $Y = 9$ 1

2°)

$x_i \backslash y_j$	6	9	11	14	$f_{i\cdot}$
2	0,16	0,02	0,02	0	0,2
8	0,02	0,2	0,04	0,1	0,26
12	0,02	0,04	0,28	0,04	0,38
18	0	0	0,02	0,14	0,16
$f_{\cdot j}$	0,2	0,26	0,36	0,18	

1

(Voir Ep. finale)

$\bar{x} = 9{,}92$

$\bar{y} = 10{,}02$ 1

$\sigma_X = 5{,}04$

$\sigma_Y = 2{,}59$ 1

3°) $Cov(X,Y) = 10{,}88$ 1

$\rho = \dfrac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = 0{,}83$ ρ proche de 1 donc le lien linéaire entre X et Y est assez fort 1

4°) la droite de regression de X en Y a pour equation

$$x - \bar{x} = \frac{Cov(X,Y)}{Var(Y)}(y - \bar{y}) \text{ d'où}$$

$$\boxed{x = 1{,}62\,y - 6{,}31}$$ 2

en remplaçant y par 12 on estime X par 13,13

Ex2 (7pts)

Un évènement élémentaire est un ensemble ou combinaison de 2 boules parmi 10

d'où Card $\Omega = C_{10}^2 = 45$ (1)

a) $\bar{A}$ = "Aucune boule tirée ne montre un nombre pair"

d'où Card $\bar{A} = C_5^2 = 10$ d'où $P(\bar{A}) = \frac{10}{45}$

et $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{35}{45} = 0,78$ (2)

b) B = "2 noires ou 2 blanches"

d'où Card $B = C_3^2 + C_7^2 = 24$

d'où $P(B) = \frac{24}{45} = 0,53$ (2)

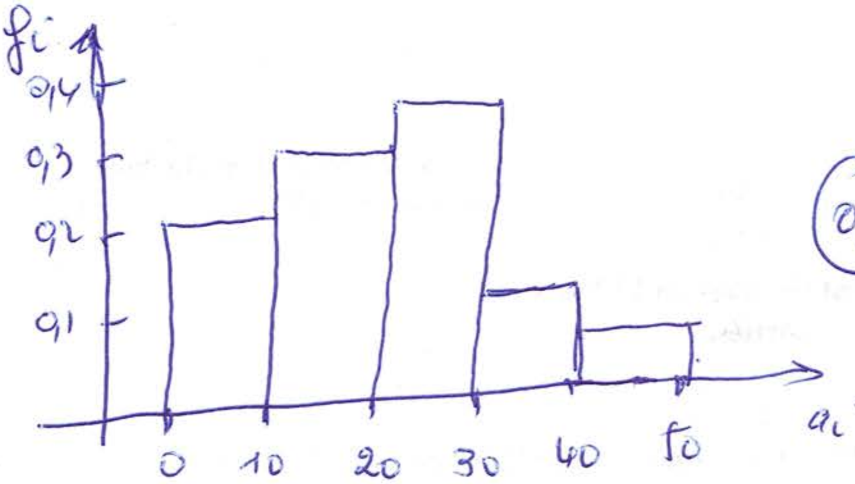
c) C est un évènement impossible

d'où $P(C) = 0$ (2)

Ex 3 (5pts)

C_i	[0,10[	[10,20[	[20,30[	[30,40[	[40,50[
c_i	5	15	25	35	45
n_i	21	30	35	10	4
N_i	21	51	86	96	100
f_i	0,21	0,3*	0,35	0,1	0,04
F_i	0,21	0,51	0,86	0,96	1
f_ic_i	1,05	4,5	8,75	3,5	1,8
$f_ic_i^2$	5,25	67,5	218,75	122,5	81

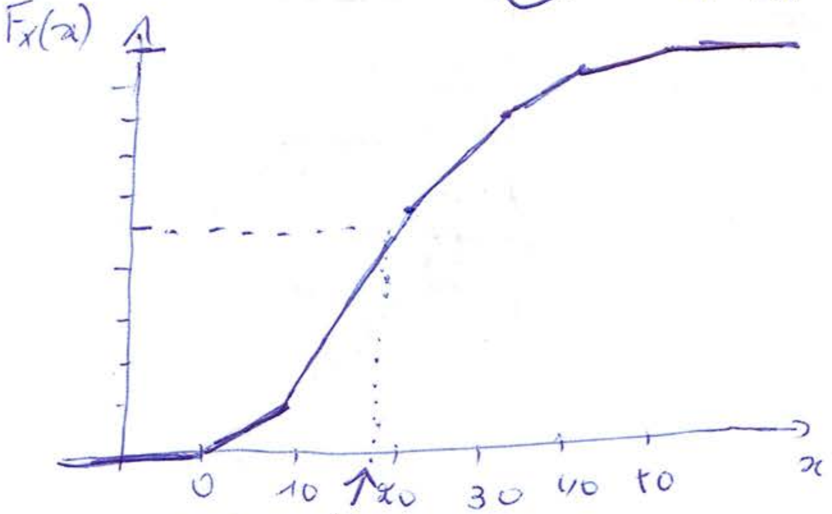
(1)

1°) 

(0,5)

2°) $\bar{x} = \sum_{i=1}^{5} f_i c_i = 19,6$ (0,5)

3°) $$F_X(x) = \begin{cases} 0 \text{ si } x < 0 \\ 0,03x - 0,09 \text{ si } x \in [10,20[\\ 0,035x - 0,19 \text{ si } x \in [20,30[\\ 0,01x + 0,56 \text{ si } x \in [30,40[\\ 0,004x + 0,8 \text{ si } x \in [40,50[\\ 1 \text{ si } x \geq 50 \end{cases}$$ (1)



(1)

4°) M_e

5°) $Q_1 \in [10,20[$ $F(Q_1) = 0,25$ donc $Q_1 = 11,33$

$Q_2 = M_e \in [10,20[$ d'où $M_e = 19,66$

$Q_3 \in [20,30[$ d'où $Q_3 = 26,86$ (1)

$Var(X) = \sum_{i=1}^{5} f_i c_i^2 - \bar{x}^2 = 110,84$

III