



ÉPREUVE FINALE D'ÉLECTRICITÉ

Questions de cours: (7pts)

1. Quelles sont les caractéristiques d'un conducteur en équilibre électrostatique ?
2. Énoncer le théorème des éléments correspondants (avec un schéma).
3. Donner avec démonstration l'expression de la capacité d'un condensateur sphérique. Comment peut-on doubler sa capacité ?
4. On considère deux sphères conductrices, de rayons $R_1=2cm$ et $R_2=3cm$, très éloignées l'une de l'autre. Elles portent les charges électriques $Q_1=10\mu C$ et $Q_2=15\mu C$, respectivement. On relie les deux sphères avec un fil conducteur très fin. Si on néglige la charge portée par le fil,
 - a. Calculer les nouvelles charges Q_1' et Q_2' des deux sphères.
 - b. Calculer la quantité de charge qui a traversé le fil. Commenter le résultat.

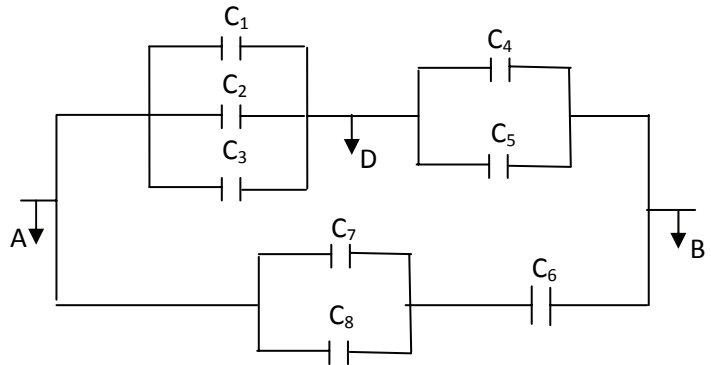
Exercice 1: (5pts)

Soit le montage de la figure 1.

- 1- Sachant que le condensateur C_1 porte la charge $Q_1=10\mu C$, quelle sera la ddp V_{AD} entre les points A et D ?
- 2- Déterminer les charges Q_2 et Q_3 des condensateurs C_2 et C_3 respectivement.
- 3- La ddp entre B et D étant égale à 2V, calculez les charges Q_4 et Q_5 des condensateurs C_4 et C_5 .
- 4- Quelle est la capacité équivalente C_{eq} de tout le montage.
- 5- Calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur C_1 .

On donne : $C_1=4\mu F$, $C_2=3.5\mu F$, $C_3=2.5\mu F$,
 $C_4=C_5=C_7=C_8=5\mu F$, $C_6=10\mu F$.

Figure 1



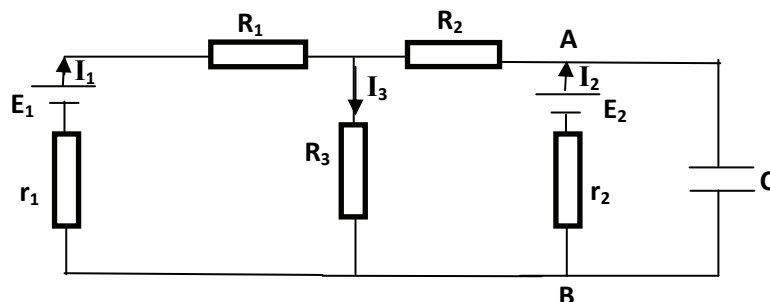
Exercice 2: (8pts)

Soit le circuit représenté sur la figure suivante :

On donne $E_1=12V$, $E_2=8V$, $r_1=r_2=1\Omega$, $R_1=4\Omega$, $R_2=3\Omega$, $R_3=5\Omega$ et $C=2\mu F$.

- 1- En supposant le condensateur complètement chargé (régime permanent) et en utilisant les lois de Kirchoff, calculer les intensités des courants I_1 , I_2 et I_3 .
- 2- Calculer la différence de potentiel entre les points A et B.
- 3- Calculer la charge Q du condensateur. Quelle est l'énergie emmagasinée dans le condensateur ?
- 4- Quelle est la puissance dégagée par la résistance R_3 .

Figure 2





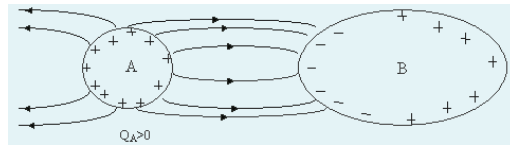
Corrigé d'épreuve finale d'électricité

Question de cours: (7pts)

- 1- Les caractéristiques d'un conducteur en équilibre électrostatique sont : (1pts)
- Le champ électrique à l'intérieur du conducteur en équilibre électrostatique est nul.
 - Le potentiel électrique à l'intérieur du conducteur en équilibre électrostatique est constant.
 - La charge à l'intérieur du conducteur en équilibre électrostatique est nulle.
 - Le champ au voisinage immédiat du conducteur en équilibre électrostatique est $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$.

- 2- Théorème des éléments correspondants : (0.5pts)

Les charges portées par les deux éléments de surface correspondants qui fait face sont **égales** et de signes **opposés**.



- 3- (3.5pts) La capacité d'un condensateur sphérique :

$$C = \frac{Q}{(V_1 - V_2)} = \frac{Q}{U} \quad (0.5pts)$$

La capacité d'un condensateur est donnée par cette formule

- (01pts) Calcul du champ électrique :

Théorème de Gauss : $\Phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}$ (0.25pts)

La surface de Gauss dans ce cas est une sphère de centre O et de rayon r. Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss. (0.25pts)

$$\Phi = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \oiint E \cdot dS = E \cdot S = E 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (0.25pts)$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad (0.25pts)$$

- (01 pts) Calcul du potentiel :

$$\begin{cases} \vec{E} = -\text{grad}V \\ E = E(r) \end{cases} \quad (0.25pts)$$

$$E = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -E dr \quad (0.25pts)$$

$$V_1 - V_2 = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = -\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (0.25pts)$$

$$V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right) = U \quad (0.25\text{pts})$$

- La capacité d'un condensateur sphérique :

$$C = \frac{Q}{(V_1 - V_2)} = \frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right)}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (0.5\text{pts})$$

Pour doubler la capacité d'un condensateur il faut:

- Soit doublé la surface des armatures. (0.25pts)
- Soit divisé l'épaisseur e (la distance entre les deux armatures) par 2. (0.25pts)

4. a. *Calcul des nouvelles charges Q_1' et Q_2' des deux sphères :*

Potentiels des deux sphères après la connexion : $V_1' = K \frac{Q_1'}{R_1}$, $V_2' = K \frac{Q_2'}{R_2}$

A l'équilibre, $V_1' = V_2' \rightarrow \frac{Q_1'}{R_1} = \frac{Q_2'}{R_2}$ (0.25pts).....(Eq.1)

Conservation de la charge : $Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2'$(Eq.2) (0.25pts)

De (1) et (2), on trouve : $Q_1' = \frac{R_1}{R_1 + R_2} (Q_1 + Q_2)$ A.N : $Q_1' = 10\mu C$ (0.5pts)

$Q_2' = \frac{R_2}{R_1 + R_2} (Q_1 + Q_2)$ A.N : $Q_2' = 15\mu C$ (0.5pts)

b. *Calcul de la quantité de charge qui a traversé le fil :*

On a $Q_1' = Q_1$ et $Q_2' = Q_2$. Ceci implique qu'il n'y a pas eu de transfert de charge. (0.25pts)

Avant la connexion des deux sphères, elles étaient au même potentiel. Après leur connexion, l'équilibre (potentiel=constante) s'établit donc sans transfert de charge. (0.25pts)

Exercice 1: (5pts)

1- $V_{AD} = ?$

(0.25pts) $Q_1 = C_1 V_{AD} \Rightarrow V_{AD} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{10}{4}$

$V_{AD} = 2.5 \text{ volt}$ (0.5pts)

2- $Q_2 = ?$, $Q_3 = ?$

$Q_2 = C_2 V_{AD} = 3,5 \times 10^{-6} \times 2,5 = 8,75 \cdot 10^{-6} \text{Cb}$ (0.5pts)

$Q_3 = C_3 V_{AD} = 2,5 \times 10^{-6} \times 2,5 = 6,25 \cdot 10^{-6} \text{Cb}$ (0.5pts)

3- $V_{BD} = 2 \text{ Volt}$, $Q_4 = ?$, $Q_5 = ?$

$Q_4 = C_4 V_{BD} = 5 \times 10^{-6} \times 2 = 10^{-5} \text{Cb}$ (0.5pts)

$$Q_5 = C_5 V_{BD} = 5 \times 10^{-6} \times 2 = 10^{-5} \text{Cb} \quad (0.5\text{pts})$$

3- $C_{eq}=?$

$$C_1 // C_2 // C_3 \Rightarrow C_{123} = C_1 + C_2 + C_3 = 10 \mu\text{F} \quad (0.5\text{pts})$$

$$C_4 // C_5 \rightarrow C_{45} = C_4 + C_5 = 10 \mu\text{F} \quad (0.25\text{pts})$$

$$C_7 // C_8 \Rightarrow C_{78} = C_7 + C_8 = 10 \mu\text{F} \quad (0.25\text{pts})$$

$$C_{123}, C_{45}, C_6 \text{ et } C_{78} \text{ en s\u00e9rie :} \quad \frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_{123}} + \frac{1}{C_{45}} + \frac{1}{C_6} + \frac{1}{C_{78}} \quad (0.5\text{pts})$$

$$C_{eq} = 2,5 \mu\text{F} \quad (0.5\text{pts})$$

4- $E=?$

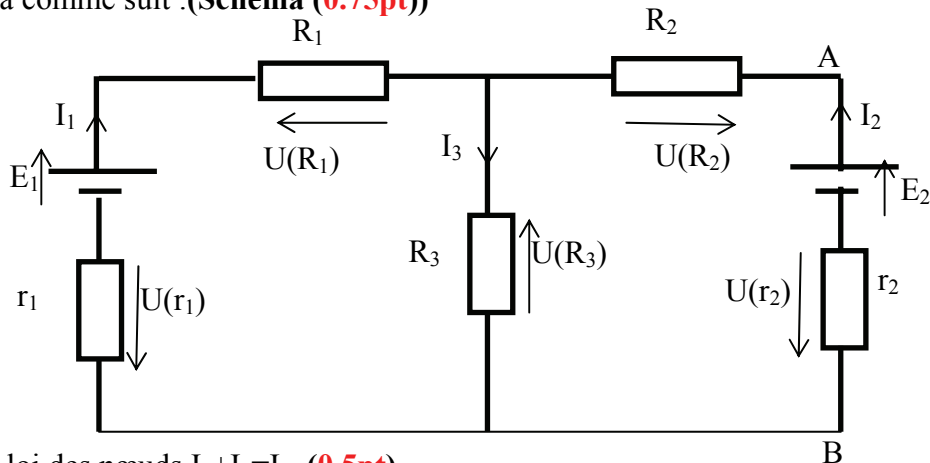
$$(0.25\text{pts}) E = \frac{1}{2} Q_1 V_{AD} = \frac{1}{2} C_1 V_{AD}^2 = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ Joule}$$

$$E = 12,5 \cdot 10^{-6} \text{ Joule} \quad (0.5\text{pts})$$

Exercice 2 : (8pts)

1- En supposant le condensateur compl\u00e9tement charg\u00e9, Calculant les intensit\u00e9s des courants I_1 , I_2 et I_3 .

Puisque le condensateur est compl\u00e9tement charg\u00e9, le courant ne passe pas donc le montage sera comme suit : **(Sch\u00e9ma (0.75pt))**



D'apr\u00e8s la loi des n\u00f4uds $I_1 + I_2 = I_3$ **(0.5pt)**

D'apr\u00e8s la loi des mailles :

$$E_1 - (r_1 + R_1) I_1 - R_3 I_3 = 0 \quad (1\text{pt})$$

$$E_2 - (r_2 + R_2) I_2 - R_3 I_3 = 0 \quad (1\text{pt})$$

En rempla\u00e7ant I_3 par $I_1 + I_2$, on aura

$$10 I_1 + 5 I_2 - 12 = 0$$

$$5 I_1 + 9 I_2 - 8 = 0$$

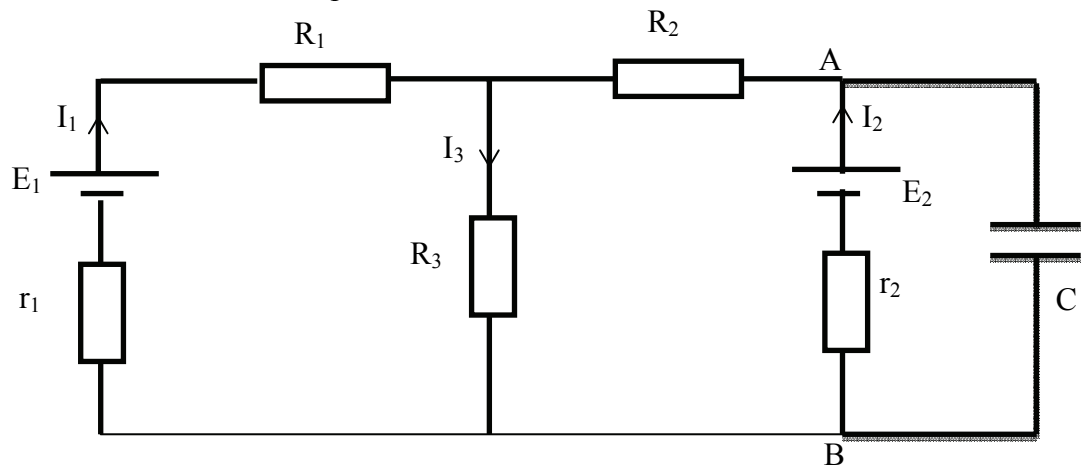
On trouve alors $I_2 = 0.3 \text{ A}$ (0.25pt), $I_1 = 1.05 \text{ A}$ (0.25pt) et $I_3 = 1.35 \text{ A}$ (0.25pt)

2- La différence de potentielle entre A et B

$$U_{AB} = V_A - V_B = E_2 - r_2 I_2 = 7.7 \text{ V} \quad (1\text{pt})$$

3- La charge Q_C du condensateur

Il faut trouver la différence de potentiel aux bornes du condensateur



$$U_C = U_{AB} = 7.7 \text{ V} \quad (0.25\text{pt})$$

La charge Q_C

$$Q_C = C U_C = 2 \times 7.7 \times 10^{-6} = 1.54 \mu\text{C} \quad (0.75\text{pt})$$

- L'énergie emmagasinée dans le condensateur

$$E_C = \frac{1}{2} (C U^2) = \frac{1}{2} (2 \times 10^{-6}) (7.7)^2$$

$$E_C = 59.29 \times 10^{-6} \text{ joule} \quad (1\text{pt})$$

4- La puissance dégagée par R_3

$$P = U_3 I_3 = R_3 I_3^2 = 5 \times (1.35)^2 = 9.112 \text{ Watt} \quad (1\text{pt})$$