Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Math
1ière Année LMD-MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2015/2016

Contrôle Continu de Mécanique

Exercice 1:

A) Une particule de masse **m** enfermée dans une boite cubique de coté **L**, à une énergie cinétique **E** telle que :

$$E = \frac{\pi^2 \sigma^2}{2mV^{\frac{2}{3}}} n^2$$

Ou **V** le volume de la boite et **n** un nombre sans dimension.

En utilisant les équations aux dimensions, trouver la dimension de σ.

B) La vitesse moyenne des molécules d'un gaz s'écrit sous la formule suivante :

$$\vartheta = \sqrt{\frac{PV}{m}}$$

m étant la masse de la molécule, **V** le volume, et **p** la pression du gaz.
Calculer l'incertitude relative sur ϑ en fonction de Δp, Δm et ΔV

Exercice 2:

Un point matériel M est repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y).

1. Ecrire la relation entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées polaires.
2. Donner l'expression des vecteurs unitaires $\overrightarrow{U_r}$ et $\overrightarrow{U_\theta}$ en fonction des vecteurs unitaires $\vec{i}$ et $\vec{j}$.
3. Trouver l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$ du point M en coordonnées polaires.
4. Donner l'expression du vecteur $\vec{A} = 2x\vec{i} - y\vec{j}$ en coordonnées polaires.

Exercice 3:

Les coordonnées x et y d'un point mobile M dans le plan (oxy) varient avec le temps t selon les relations suivantes : $x = t + 1$, $y = \frac{t^2}{2} + 2$

Trouver :

1. L'équation de la trajectoire.
2. Les composantes de la vitesse et son module v.
3. Les composantes de l'accélération et son module.
4. La nature du mouvement.
5. Les accélérations tangentielle et normale.
6. Le rayon de courbure R.

Bon courage

Corrigé du contrôle continu

Exercice 1

A) $$E = \frac{\pi^2 \sigma^2}{2mV^{\frac{2}{3}}} n^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{2mEV^{\frac{2}{3}}}{n^2\pi^2} \Rightarrow [\sigma]^2 = \frac{[2][m][E][V]^{\frac{2}{3}}}{[n]^2[\pi]^2}$$

$$\begin{cases} [E] = M.L^2.T^{-2} \\ [m] = M \\ [n] = [2] = [\pi] = 1 \\ [V] = L^3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow [\sigma]^2 = \frac{M.L^2.T^{-2}.L^2}{1}$$

$$\Rightarrow [\sigma]^2 = M^2.L^4.T^{-2} \Rightarrow [\sigma] = M.L^2.T^{-1}$$

La dimension de $\boldsymbol{\sigma}$ est $\boldsymbol{M.L^2.T^{-1}}$.

B) L'incertitude relative sur v.

$$\boldsymbol{\vartheta} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{PV}}{\boldsymbol{m}}}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{\vartheta}^2 = \frac{\boldsymbol{PV}}{\boldsymbol{m}} \Rightarrow \log(\boldsymbol{\vartheta}^2) = \log\frac{\boldsymbol{PV}}{\boldsymbol{m}}$$

$$\Rightarrow 2\log\vartheta = \log P + \log V - \log m$$

$$\Rightarrow 2\frac{d\vartheta}{\vartheta} = \frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} + \frac{dm}{m}$$

$$\Rightarrow 2\frac{\Delta\vartheta}{\vartheta} = \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta m}{m}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\vartheta}{\vartheta} = \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta m}{m}\right)$$

Exercice 2

Un point matériel M est repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y).

1. Ecrire la relation entre les coordonnées cartésiennes et les coordonnées polaires.

$$\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \end{cases}$$

2. Donner l'expression des vecteurs unitaires $\overrightarrow{U_r}$ et $\overrightarrow{U_\theta}$ en fonction des vecteurs unitaires $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$.

$$\begin{cases} \overrightarrow{U_r} = \cos\theta\vec{\imath} + \sin\theta\vec{\jmath} \\ \overrightarrow{U_\theta} = -\sin\theta\vec{\imath} + \cos\theta\vec{\jmath} \end{cases}$$

3. Trouver l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$ du point M en coordonnées polaires.

$$\overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{U_r} \Rightarrow \vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{dr}{dt}\overrightarrow{U_r} + r\frac{d\overrightarrow{U_r}}{dt}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \dot{r}\overrightarrow{U_r} + r\frac{d\theta}{dt}\frac{d\overrightarrow{U_r}}{d\theta}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \dot{r}\overrightarrow{U_r} + r\dot{\theta}\overrightarrow{U_\theta}$$

4. Donner l'expression du vecteur $\vec{A} = 2x\vec{\imath} - y\vec{\jmath}$ en coordonnées polaires.
   $\vec{A} = 2rcos\theta(cos\theta\vec{\imath} + sin\theta\vec{\jmath}) - rsin\theta(-sin\theta\vec{\imath} + cos\theta\vec{\jmath})$
   $\vec{A} = (2rcos^2\theta + rsin^2\theta)\vec{\imath} + (rcos\theta sin\theta)\vec{\jmath}$
   $\vec{A} = (rcos^2\theta + r)\vec{\imath} + (rcos\theta sin\theta)\vec{\jmath}$

<u>Exercice 3:</u>

Les coordonnées x et y d'un point mobile M dans le plan (oxy) varient avec le temps t selon les relations suivantes : x = t + 1 , y = $\frac{t^2}{2} + 2$

Trouver :

1. L'équation de la trajectoire. Y(x)= $\frac{(x-1)^2}{2} + 2$
2. Les composantes de la vitesse et son module v. $\begin{cases} v_x = 1 \\ v_y = t \end{cases}$ et $v = \sqrt{(t^2+1)}$
3. Les composantes de l'accélération et son module. $\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 1 \end{cases}$ et a=1
4. La nature du mouvement. a=1 et *a.v>1* donc un mouvement uniformément accéléré.
5. Les accélérations tangentielle et normale. $a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{2t}{2\sqrt{(t^2+1)}} = \frac{t}{v}$
   et $a_n = \sqrt{a^2 - a_T{}^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{t}{v}\right)^2}$
6. Le rayon de courbure R.
   R=$\frac{v^2}{a_N} = \frac{v^3}{\sqrt{(v^2-t^2)}}$